

**Å BYGGE PÅ DET ELEVENE ALLEREDE KAN**

**HVORDAN KAN JEG GI RESPONС TIL ELEVER PÅ EN MÅTE SOM FREMMER DERES  
LÆRING?**

## Utdelingsark for lærere

### Innhold

1	Vanskeligheter med formativ vurdering.....	2
2	Prinsipper for formativ vurdering.....	3
3	Synliggjøre resonnementer .....	4
4	Oppgaver og eksempler på svar .....	5
4	Oppgaver og eksempler på svar (fortsettelse) .....	8
4	Oppgaver og eksempler på svar (fortsettelse) .....	11
5	Forbedre elevsvar gjennom å stille spørsmål.....	14
6	Forslag til spørsmål.....	17
7	Begrepsoppgaver og svareksempler.....	18
8	Misoppfatninger og feil: resultater fra forskning .....	22
9	A formative assessment lesson plan .....	23
10	Effekten av tilbakemelding på elevenes læring.....	27

## 1 Vanskeligheter med formativ vurdering

Forskningslitteraturen antyder at formativ vurdering er et område med mange problemer og vanskeligheter. Dette blir oppsummert slik av Black og Wiliam (1998)<sup>1</sup>:

### Effektiviteten i læringen

- Prøver lærerne gir oppmuntrer til pugg og overfladisk læring.
- Spørsmålene og metodene som brukes på prøver deles ikke lærerne imellom, og gis ikke en kritisk gjennomgang med tanke på hva de faktisk vurderer.
- Det er en tendens til å legge for stor vekt på kvantitet og for liten vekt på det kvalitative med hensyn på hva som gir læringseffekt.

### Betydningen av vurdering

- Poengsetting og karakterer blir vektlagt for mye, mens det å gi gode råd og veiledning blir vektlagt for lite.
- Tilnærmingen der elevene blir sammenliknet med hverandre brukes i stor grad, og det viktigste siktemålet ser for elevene ut til å være konkurranse dem imellom og ikke at hver enkelt skal forbedre seg. Som en konsekvens av dette lærer lavtpresterende elever at de mangler «evner», noe som hindrer dem i videre læring.

### Styring, ledelse og vurdering

- Lærernes tilbakemeldinger til eleven ser ut til å handle om sosial kontroll og klasseledelse, ofte på bekostning av læringsfunksjonen.
- Lærere kan ofte forutsi hvordan eleven gjør det på sentralt gitte prøver, for de prøvene de selv gir etterlikner den type prøver, men samtidig vet lærerne for lite om elevenes læringsbehov.
- Det brukes mer tid på å fordele karakterer i protokollene enn å finne fram til elevenes læringsbehov; videre er det slik at noen lærere ikke tar hensyn til vurderingsarbeidet som er gjort av elevenes tidligere lærere.

---

<sup>1</sup> Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the black box: raising standards through classroom assessment. London: King's College London School of Education 1998.

## 2 Prinsipper for formativ vurdering

Formativ vurdering kan defineres som: "... alle aktivitetene som gjennomføres av lærerne, og av deres elever når de vurderer seg selv, som gir informasjon som skal brukes som tilbakemelding til å endre undervisningen og læringsaktivitetene de er engasjert i. Slik vurdering blir "formativ vurdering" når materialet faktisk brukes til å tilpasse undervisningen for å møte behovene."

(Black & Wiliam, 1998 para, 91, vår oversettelse)

### Gjør målene for timen eksplisitte

Del målet for timen med elevene og la fra tid til annen elevene gi bevis for at de kan nå disse målene:

"Lag et eksempel som viser at du kan og forstår Pythagoras' teorem."

"Denne timen handlet om at du skulle velge hvilken metode du skulle bruke. Vis meg hvor du gjorde det."

Elever kan ha vanskeligheter med å se verdien av at noen timer handler om å forstå begreper mens andre handler om å utvikle utforskende eller undersøkende arbeidsmåter.

Å gjøre målene eksplisitt betyr ikke å skrive dem på tavla i begynnelsen av timen, men heller å referere eksplisitt til dem mens elevene arbeider. Hvis målet er å utvikle utforskende og undersøkende metoder, er det viktig at en i plenum ber elevene fortelle om og sammenlikne angrepsmåter og metoder istedenfor svar.

### Vurder grupper så vel som individuelle eleven

Gruppearbeid gir mange muligheter for å observere, lytte og stille spørsmål til elevene. Elevene må gi utsyn for tanker og læreren kan finne ut hvor det er problemer.

### Se og lytt før du bryter inn

Vent og lytt før du bryter inn i en gruppdiskusjon. Prøv å sette deg inn i resonnementet til eleven. Når du bryter inn, start med å være dem forklare noe. Hvis de ikke klarer det, be andre eleven hjelpe til.

### Bruk divergerende vurderingsmetoder ("Vis meg hva du kan om...").

Konvergente vurderingsmetoder karakteriseres ved avkryssningslister og jeg-kan-utsagn. Læreren stiller lukkete spørsmål for å finne ut om eleven vet, forstår eller kan utføre en forutbestemt ting. Dette er den typen vurdering som er mest vanlig på skriftlige prøver. Divergent vurdering vil derimot handle om å stille åpne spørsmål som gir elevene anledning til å beskrive og forklare hvordan de tenker og resonnerer. Elevene kan komme til å overraske oss, svarene er ikke gitt på forhånd.

### Gi konstruktive tilbakemeldinger

Forskning viser at tilbakemeldinger på elevarbeid i form av karakterer eller poeng er ineffektivt og kan være til hinder for læring. Kvantitative tilbakemeldinger av denne typen fører til at elevene sammenlikner karakterer eller poeng og trekker oppmerksomheten bort fra matematikken. Bruk heller muntlige eller skriftlige kommentarer som kan hjelpe elevene med å finne ut hva de kan, hva de bør kunne og hvordan de kan komme videre.

### Gjør endringer i undervisningen på grunnlag av vurderingen

I tillegg til å gi tilbakemelding til elevene vil god vurdering gi innspill til undervisningen. Vær fleksibel og villig til å endre planer underveis som følge av det du finner ut.

### 3 Synliggjøre resonnementer

#### Bruk av mini-tavler

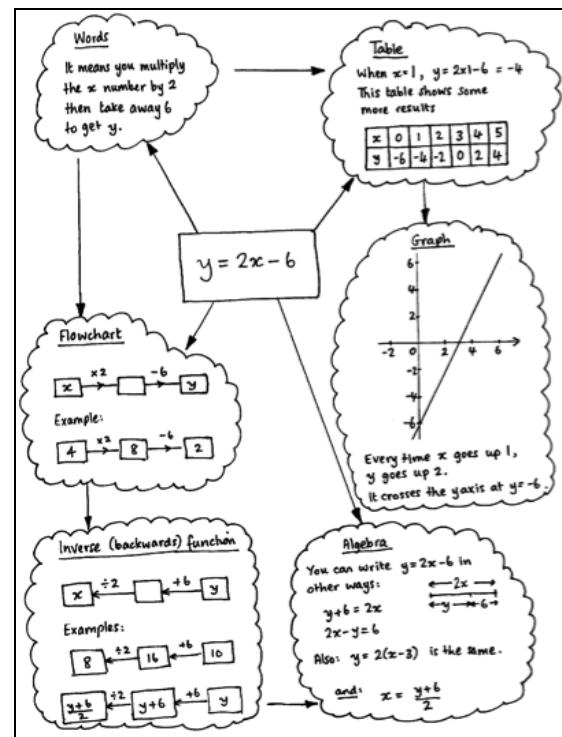
Et vanlig problem i klasserommet er at noen elever dominerer og svarer på spørsmål mens andre er for beskjedne eller ikke tør å ta ordet. Med bruk av mini-tavler presenterer hver elev et svar samtidig. Når åpne spørsmål er brukt, gir elevene forskjellig svar fra medelevene. Læreren er i stand til umiddelbart å vurdere hvilke av elevene som ser ut til å forstå lærestoffet og hvem som sliter.



#### Be elevene om å lage plakater

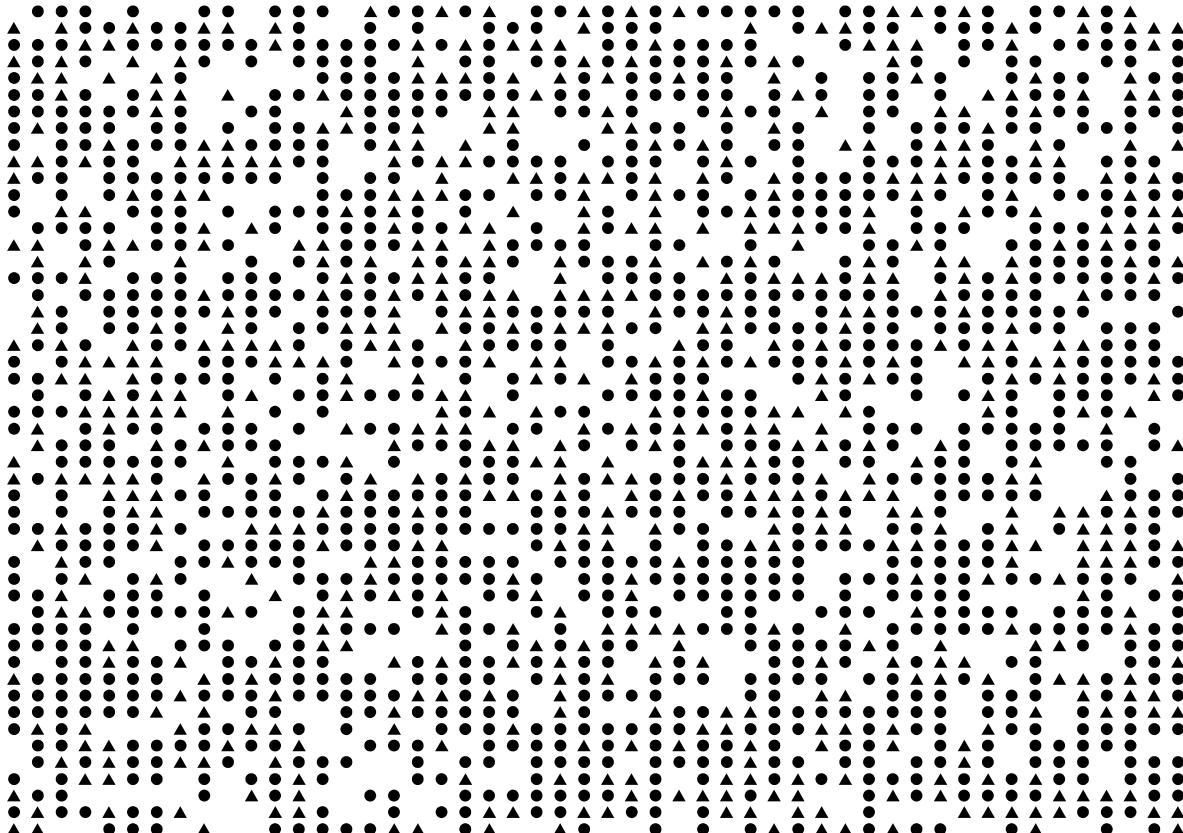
Be elevene samarbeide i grupper om å lage en plakat:

- som viser deres felles løsning på et problem
- som oppsummerer hva de vet om et gitt emne, eller
- viser to forskjellige måter å løse et gitt problem på.
- viser forbindelsene mellom en matematisk idé og andre relaterte ideer.



## 4 Oppgaver og eksempler på svar

### Telle trær



Dette diagrammet viser noen trær i et skogsfelt.

Sirklene ● representerer gamle trær og trekantene ▲ er unge trær.

Tom ønsker å vite hvor mange det er av hver type. Imidlertid tar det alt for lang tid å telle dem ett og ett.

1. Hvilken metode kan han bruke for å finne et estimat over hvor mange trær det er?  
Forklar metoden!
2. Bruk metoden din til å estimere:
  - (a) Antall gamle trær
  - (b) Antall unge trær

① You could multiply the number of trees in the length by the number of trees in the width and then of half your answer.

② a. Old trees - 644

Young trees - 644

width - 33       $33 \times 39 = 1287$

length - 39       $1287 \div 2 = 643.5 - 644$

1. there are 38 trees in each column  
 there are around 11 young trees  
 and around 27 old ones  
 33 trees in each row so

$$11 \times 33 = 363$$

$$\begin{array}{r} 11 \times 33 = 363 \\ 27 \times 33 = \underline{\underline{891}} \\ \hline 1254 \end{array}$$

1.

a.  $11 \times 33 = 363$  = new trees.

b.  $27 \times 33 = 891$  = old trees.

2 columns has 21 young trees  
 55 old

50 columns is approx

$$50 \div 2 = 25$$

$$25 \times 21 = \text{amount of young trees} = 525$$

$$25 \times 55 = \text{amount of old trees} = 1,375$$

rounded up

young	530
old	1,380

### Counting trees

- If Tom draws a 10X10 square round some trees and counts how many old and new there are. There are 50 rows and 50 columns altogether so he must multiply by 25. He could do this a few times to check and then take the average.

2.

53 old	$\times 25$	= 1325 old
28 new	$\times 25$	= 700 new
19 spaces	$\times 25$	= <u>475</u> spaces
<u>100</u>		<u>2500</u>

$$1325 + 1200 \div 2 = 1262.5$$

$$700 + 875 \div 2 = 787.5$$

check

48 old	$\times 25$	= 1200 old
35 new	$\times 25$	= 875 new
17 spaces	$\times 25$	= <u>425</u> spaces
<u>100</u>		<u>2500</u>

So about 1263 old trees  
 and 788 new trees

## 4 Oppgaver og eksempler på svar (fortsettelse)

### Overvåkningskamera

En butikkeier ønsker å unngå nasking i butikken.

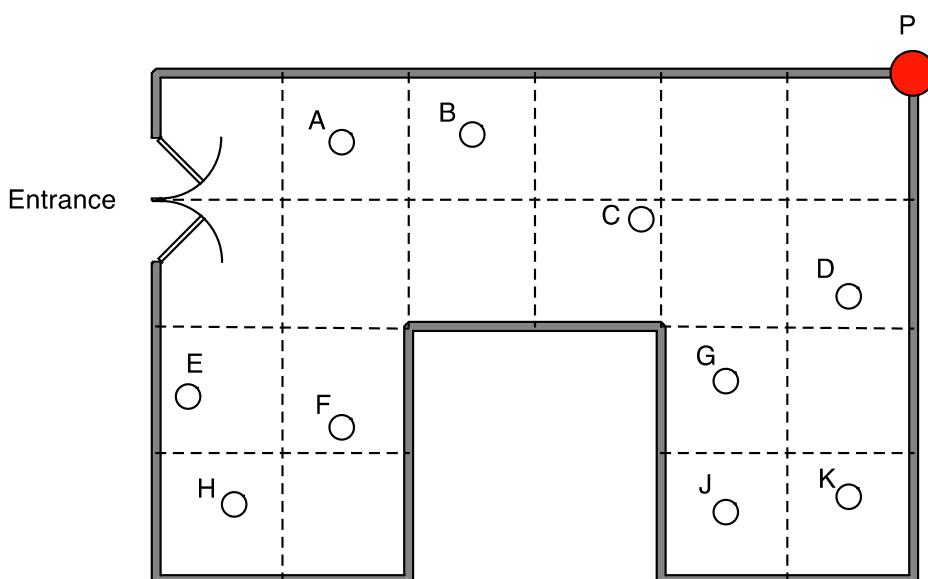
Han bestemmer seg for å installere et overvåkningskamera i taket inne i butikken.

Kameraet kan dreie rundt  $360^\circ$ .

Butikkeieren plasserer kameraet ved punktet P, i hjørnet av butikken.

Skissen nedenfor viser ti personer plassert ulike steder i butikken.

*Skisse over butikken*



1. Hvilke personer kan ikke sees av kameraet i P?
2. Butikkeieren sier at "15 % av butikken er i skjul for kameraet". Vis at han har rett.
3. (a) Finn den beste plasseringen av kameraet slik at mest mulig av butikken dekkes.  
 (b) Forklar hvordan du kan vite at dette er den beste plasseringen.

1. E, F and H cannot be seen by the camera.

2.

3a. The exact middle of the shop would be the place where it could see the most amount of people.

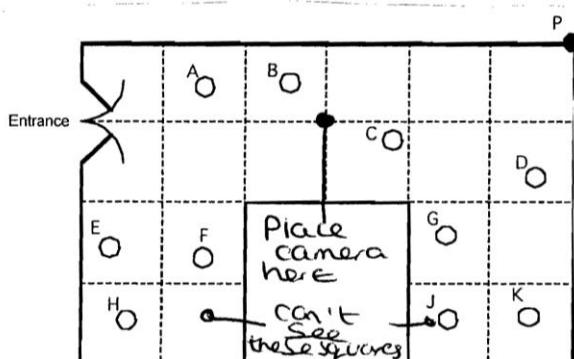
3b. Because the middle of the shop will grant the camera a larger vision of the shop.

Svareksempel: Ellie

1. F + H

2. This is true because if there are 20 squared areas to make up the shop and 3 cannot be seen by the camera then there means the 3 squared areas would have to equal 15%. They do because if  $\frac{15}{100} = 15\%$  of the room = 100% then to get from 10 to 100 you divide by 10 and if you get 5 to 100 you divide by 2 and then by 10. add them together and you'll get 15%.

3a+b. I think the best place for the camera is in the centre of the room because it only can't see two squares.



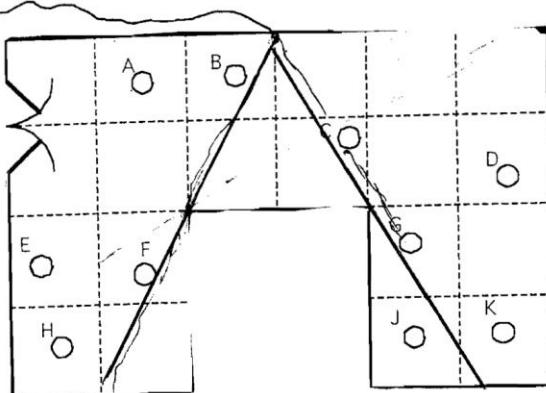
L F+H

2. because 3 squares a ladder goes the corner  
1 square is 5% so 3 squares are  
15%

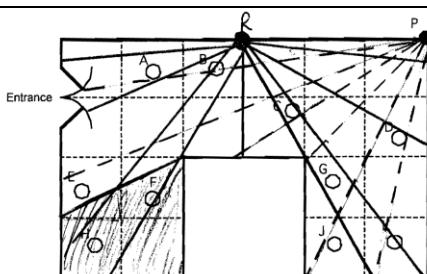
3

a Here is  
the Best  
place

if it can  
see all the  
carrots  
almost  
at every  
where



Svareksempel: *Rhianna*



1. He Cannot See F + H.

2. There are 20 Squares. 3 squares are hidden from the camera.

Each square represents 5%.

$$3 \times 5\% = 15\%$$

This proves 15% of the shop is bidd.

The ship is hidden

3. a)  $\bullet = R$  My camera 5% is hidden on one half.  
5% is hidden on the other half.

This way only 10% is hidden + that space could be used for a til / trolleys.

B) I know this is the best place because it has  
a full view or all around the shop it can  
go .

## 4 Oppgaver og eksempler på svar (fortsettelse)

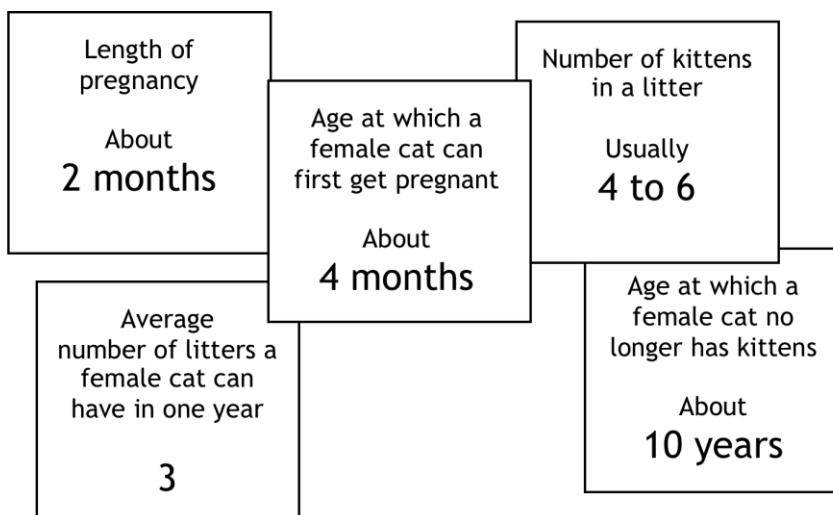
### Katter og kattunger

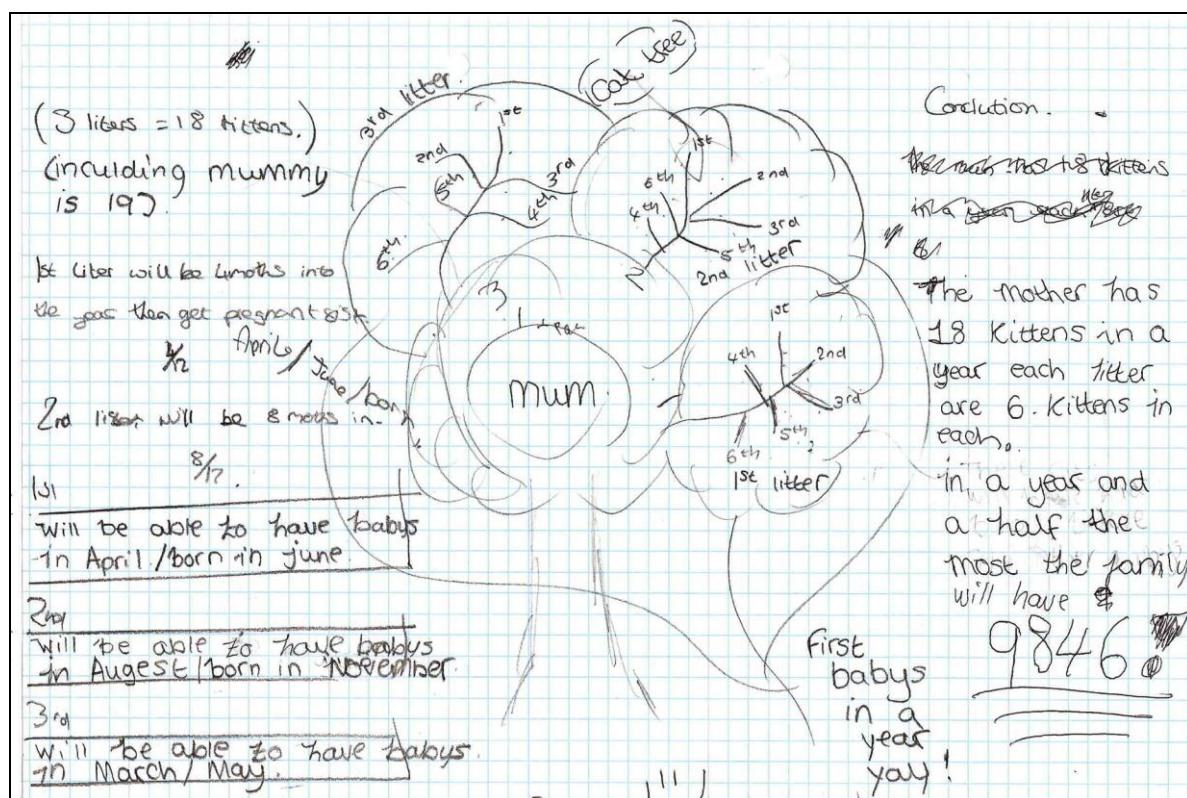
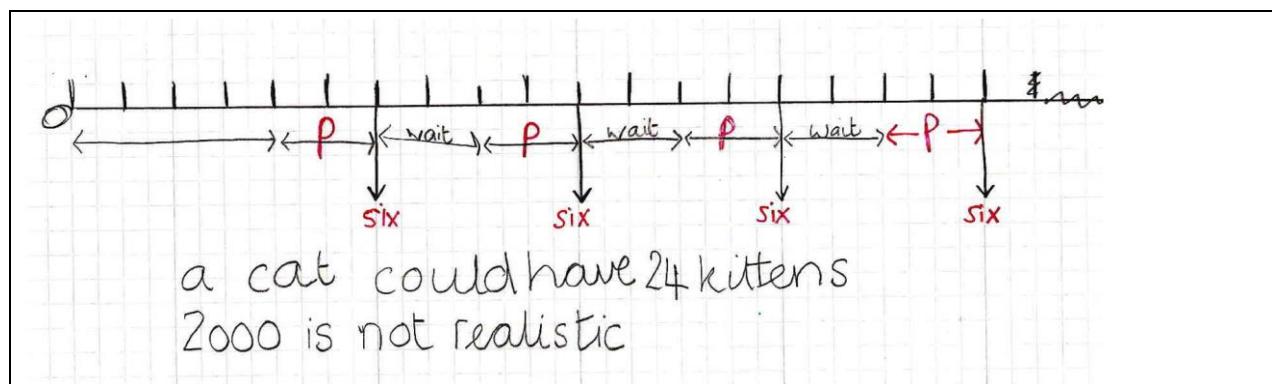
Her er en plakat laget av en organisasjon som tar seg av bortkomne katter.

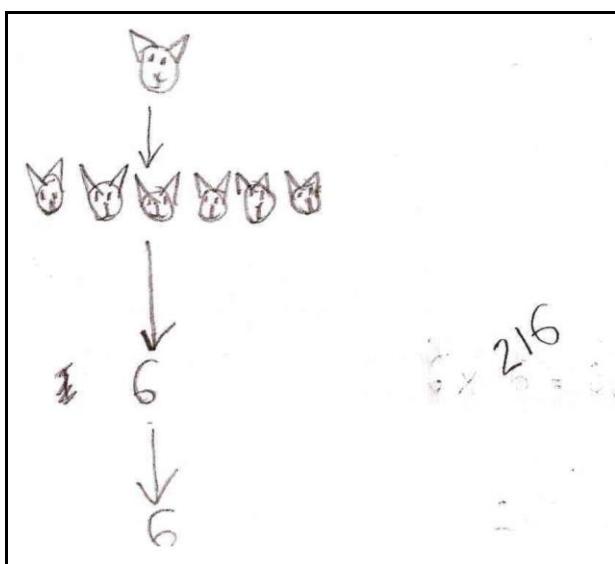


Fin ut om antall etterkommere er realistisk.

Her er noen faktaopplysninger:



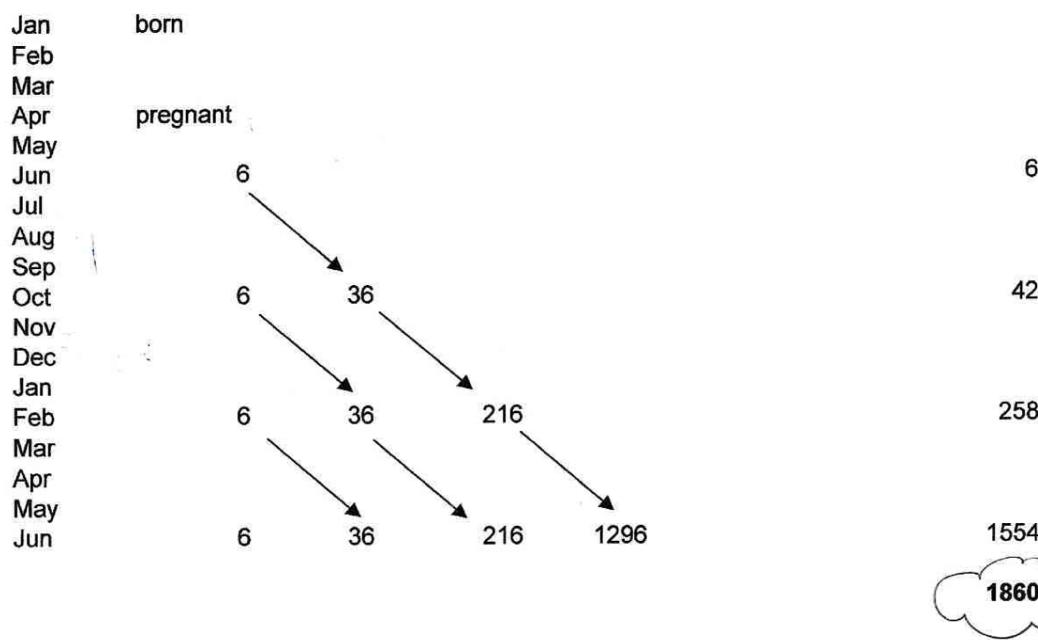




Svareksempel: Sally and Janet

To elever samarbeidet om denne oppgaven.

De brukte et regneark.



We think 2000 is a bit much in 18 months because even if each litter was 6 and nothing dies there would be 1860 though that rounds to 2000 so maybe its OK. The cat people want owners to have their cats neutered so that they use the bigger number so that people say that is a lot of cats and rush to the vets.

## Utdelingsark 5 Forbedre elevsvar gjennom å stille spørsmål

### Telle trær

**Svareksempel: Laura**

Laura forsøker å anslå antall gamle og nye trær ved å multiplisere antall langs hver side av hele diagrammet og deretter halvere. Hun gjør ikke rede for gap, og innser heller ikke at det er ulikt antall trær av hvert slag.

*Hvilke spørsmål kunne du stille Laura som ville forbedre svaret?*

**Svareksempel: Jenny**

Jenny innser at prøvetaking er nødvendig, men hun multipliserer antall unge trær og gamle trær i venstre kolonne med antall trær i den nederste raden. Hun ignorerer kolonnene uten trær i den nederste raden, så hennes metode undervurderer det totale antall trær. Hun tar imidlertid hensyn til de ulike mengder av gamle og nye trær.

*Hvilke spørsmål kunne du stille Jenny som ville forbedre svaret?*

**Svareksempel: Woody**

Woody bruker et utvalg av to kolonner og teller antall gamle og unge trær. Han multipliserer deretter med 25 (halvparten av 50 søyler) for å finne et estimat for det totale antallet.

*Hvilke spørsmål kunne du stille Woody som ville forbedre svaret?*

**Svareksempel: Amber**

Amber velger et representativt utvalg og gjennomfører et resonnement for å få et rimelig svar. Hun bruker riktig proporsjonal tankegang. Hun sjekker ved å telle hullene i trærne. Svaret hennes er tydelig og lett å følge.

*Hvilke spørsmål kunne du stille Amber som ville forbedre svaret?*

## Overvåkingskamera

### **Svareksempel: Max**

Max innser at F og H ikke kan sees, men mener feilaktig at E kan ikke sees. Han viser ikke noe om hvordan han har tenkt eller resonnert og resten er feil.

*Hvilke spørsmål kunne du stille Max som ville forbedre svaret?*

### **Svareksempel: Ellie**

Ellie viser ikke noen siktlinjer for å rettferdiggjøre sine svar. Men sier hun riktig at F og H ikke kan sees, og at 3 ruter ikke kan sees. Imidlertid kan hun tenke på hele ruter snarere enn områder. Hennes begrunnelse for 15 % er ufullstendig og dårlig forklart. Hun synes å ha noe forståelse for at 5 % er en tjuendedel og 10 % er en tiendedel.

*Hvilke spørsmål kunne du stille Ellie som ville forbedre svaret?*

### **Svareksempel: Simon**

Simon sier riktig at F og H ikke kan sees, og at 3 ruter = 15 % av arealet ikke kan sees. Det er imidlertid mulig at han mener at 3 hele ruter er skjult fra kameraet. Han undersøker den beste plassen for kameraet, og viser at sentrum av en side er god men han undersøker ikke videre. Ingen beregninger er vist.

*Hvilke spørsmål kunne du stille Simon som ville forbedre svaret?*

### **Svareksempel: Rhianna**

Rhianna viser riktig at F og H ikke kan sees, og at 3 ruter = 15% av arealet ikke kan sees. Hun undersøker den beste plassen for kameraet, og viser at midten av en side er god.

Rhianna viser tydelig diagrammer med siktlinjer og beregninger som rettferdiggjør påstandene.

*Hvilke spørsmål kunne du stille Rhianna som ville forbedre svaret?*

## Katter og kattunger

**Svareksempel: Alice**

Alice valgte å representere oppgaven ved hjelp av en tidslinje. Hun har bare vurdert antallet kattunger fra den opprinnelige katten. Beregningene hun har gjort er korrekte..

*Hvilke spørsmål kunne du stille Alice som ville forbedre svaret?*

**Svareksempel: Ben**

Ben har valgt å tegne et "katte-tre", og forsøker å holde styr på tiden (med noen feil). Kommunikasjonen er rimelig klar, slik at leseren å følge argumentet, men verdien av 9846 er ikke forklart og ikke følger den tankegangen, siden det bare er kattunger fra den opprinnelige katten som er tatt med. Antallet unger per kull er gjort eksplisitt.

*Hvilke spørsmål kunne du stille Ben som ville forbedre svaret?*

**Svareksempel: Wayne**

Woody synes å favorisere en minimalistisk tilnærming! Han begynner med det som ville være en tidkrevende billedlig fremstilling som han deretter forlater til fordel for en numerisk representasjon.

*Hvilke spørsmål kunne du stille Wayne som ville forbedre svaret?*

**Svareksempel: Sally and Janet**

Sally og Janet brukte et regneark til å kontrollere for både tid og multiplikasjon og deres metode er klar og effektiv.

*Hvilke spørsmål kunne du stille Sally and Janet that would help them improve their response?*

## 6 Forslag til spørsmål

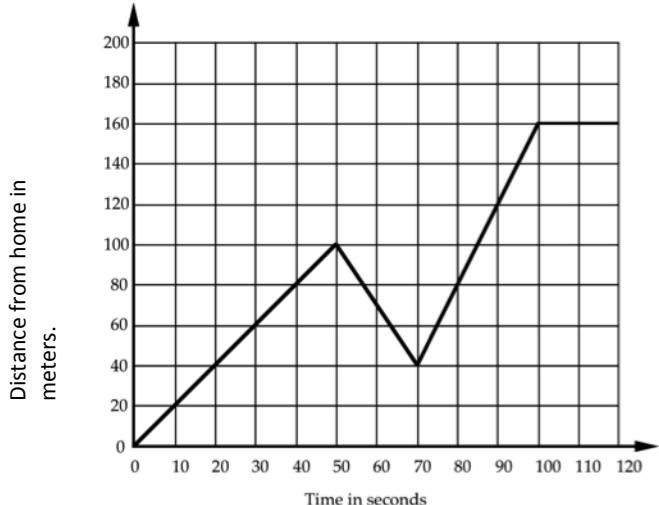
<b>Formulere spørsmål, velge hensiktsmessige representasjoner og hjelpebidr. </b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hvilke spørsmål kan du stille om denne situasjonen?</li> <li>• Hvordan kan du komme i gang med dette problemet?</li> <li>• Hvilke teknikker kan være nyttefulle her?</li> <li>• Hva slags diagram kan være nyttefullt?</li> <li>• Kan du finne en enkel notasjon for dette?</li> <li>• Hvordan kan du forenkle dette problemet?</li> <li>• Hva er kjent og hva er ukjent?</li> <li>• Hvilke forutsetninger kan du gjøre?</li> </ul>
<b>Resonnere logisk, konstruere hypoteser og argumenter, beregne nøyaktig</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hvor har du sett noe som dette før?</li> <li>• Hva er fast her, og hva kan du endre?</li> <li>• Hva er likt, og hva er annerledes her?</li> <li>• Hva ville skje hvis jeg endret dette .. til dette ...?</li> <li>• Fører denne tilnærmingen noe sted?</li> <li>• Hva vil du gjøre når du får det svaret?</li> <li>• Dette er bare et spesielt tilfelle av ... hva?</li> <li>• Kan du danne noen hypoteser?</li> <li>• Kan du tenke deg noen moteksempler?</li> <li>• Hvilke feil har du gjort?</li> <li>• Kan du foreslå en annen måte å gjøre dette?</li> <li>• Hvilke konklusjoner kan du trekke fra disse dataene?</li> <li>• Hvordan kan du sjekke denne beregningen uten å gjøre alt på nytt?</li> <li>• Hva er en fornuftig måte å registrere dette?</li> </ul>
<b>Tolke og evaluere resultater</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hvordan kan du best representer dataene dine?</li> <li>• Er det bedre å bruke denne type diagram eller den? Hvorfor?</li> <li>• Hvilke mønstre kan du se i disse dataene?</li> <li>• Hvilke grunner kan det være for disse mønstrene?</li> <li>• Kan du gi meg et overbevisende argument for utsagnet?</li> <li>• Tror du at svaret er rimelig? Hvorfor?</li> <li>• Hvordan kan du være 100 % sikker på at det er sant? Overbevis meg!</li> <li>• Hva synes du om Annes argument? Hvorfor?</li> <li>• Hvilken metode kan være best å bruke her? Hvorfor?</li> </ul>
<b>Kommunisere og reflektere</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hvilken metode brukte du?</li> <li>• Hvilke andre metoder har du vurdert?</li> <li>• Hvilke av dine metoder var den beste? Hvorfor?</li> <li>• Hvilken metode var den raskeste?</li> <li>• Hvor har du sett et problem som dette før?</li> <li>• Hvilke metoder brukte du sist? Ville de ha fungert her?</li> <li>• Hvilke nyttefulle strategier har du lært til neste gang?</li> </ul>

## 7 Begrepsoppgaver og svareksempler

### Tolke en graf med avstand og tid

Hver morgen går Jane langs ei rett gate fra hjemmet til busstoppet, en avstand på 160 meter. Grafen viser turen en av dagene.

1. Beskriv hva som hendte. Ta med detaljer, som f eks hvor fort hun gikk.



Jodies svar

Jone walked along a road for 160metres instead of walking another 30metres she took a short cut down an alleyway which took her 20minutes  
She walked very quickly over She caught the bus to her colleague which took about 50minutes.

Maxines svar

when she get out she starts walking fast to the bus stop then she slows down then she picks up the speed again and then the speed goes ~~not~~ constant.

### Prosentvis endring

- Maria ser en kjole på salg. Kjolen koster vanligvis \$56.99.  
Plakaten sier at det er 45 % avslag.  
Hun vil bruke kalkulatoren for å finne ut hva kjolen vil koste.  
Den har ikke prosentknapp.

Hvilke knapper må hun trykke på kalkulatoren?  
Skriv ned knappene i rett rekkefølge.  
(Du trenger ikke å utføre utregningen.)



- På et salg var alle prisene i butikken satt ned med 20 %.  
Etter salget ble alle satt opp med 25 %.  
Hva ble sluttresultatet for prisene. Forklar!

Georges svar

①  $56.99 - 0.45$   
 ② Prices went up 5%  
 I know this because  $25\% - 20\% = 5\%$ .

Jurgens svar

$$\begin{aligned}
 &1. \quad 56.99 \div 100 \times 45 = \\
 &\quad \cancel{56.99} - \cancel{\text{Ans}} = \\
 &\quad 56.99 - 56.99 \div 100 \times 45 = \\
 \\ 
 &2. \quad \$56.99 = 100\% \\
 &\quad 1\% = 56.99 \div 100 = 0.5699 \\
 &\quad 20\% = 0.5699 \times 20 = 11.398 \\
 &\quad 25\% = 0.5699 \times 25 = 14.2475 \\
 &\quad \text{Difference} = 2.8495 \\
 &\quad \$ \underline{\underline{2.85}}
 \end{aligned}$$

## Forstørrelse

Emilys svar

<b>Photograph</b>  16 cm 10 cm	<b>Poster</b>  ? 25 cm
--	--

A photograph is enlarged to make a poster.  
 The photograph is 10 cm wide and 16 cm high.  
 The poster is 25 cm wide.  
 How high is the poster?

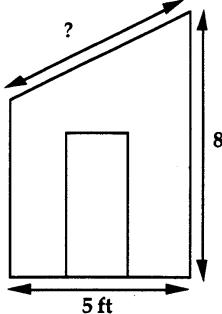
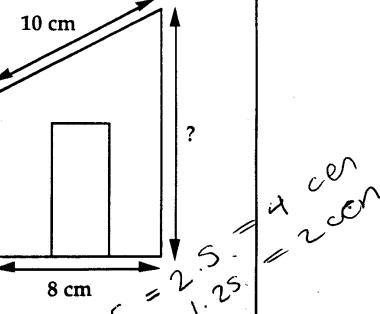
.....  
 $16 + 15 = 31$ .....

.....  
 The building is 30 cm tall on the poster.  
 How tall is it on the photograph?

.....  
 $30 - 15 = 15$ .....

Pauls svar

4. Simon is drawing a scale diagram of his garden shed.  
 8 centimetres on his drawing represents 5 feet in real life.

<b>Real shed</b>  5 ft 8 ft ?	<b>Simon's drawing</b>  10 cm 8 cm ?
--	--

(a) What is the height of the shed on Simon's drawing?  
 $1.25 + 1.25 + 1.25 + 1.25 = 5$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....

(b) What is the length of the roof on the real shed?  
 .....

.....  
 .....

## Tolkning av algebra

Britney svar

1. A cake costs  $c$  cents. A sandwich costs  $s$  cents.

I buy 3 cakes and 4 sandwiches.

What does  $3c + 4s$  stand for?

3 cakes and 4 sandwiches

2. There are ten times as many students as there are teachers in the college.

If  $s$  = the number of students in the college

$t$  = the number of teachers in the college

Write down an equation connecting  $s$  and  $t$ .

$$t = 10s$$

3. There are four times as many men as there are women on a course.

If  $x$  = the number of men on the course

$y$  = the number of women on the course

Write down an equation connecting  $x$  and  $y$ .

$$y = 4x$$

4. Write these expressions more simply, where you can:

a)  $a + a + a$   $a^3$

b)  $a \times a \times a$   $a^3$

c)  $a + a + b$   $a^2 + b$

d)  $a \times a \times b$   $a^2 \times b$

e)  $a + a \times b$   $a^2 \times b$

f)  $a + a + b + a + b$   $a^3 + b^2$

g)  $3a \times 4b$   $12ab$

h)  $3a + 4b$   $7ab$

If it is  
impossible to  
write the  
expression  
more simply,  
write NO

## 8 Misoppfatninger og feil: resultater fra forskning

**Learning is more effective when common misconceptions are addressed, exposed and discussed in teaching .**

We have to accept that pupils will make some generalisations that are not correct and many of these misconceptions remain hidden unless the teacher makes specific efforts to uncover them.

One of the most important findings of mathematics education research has been that all pupils constantly 'invent' rules to explain the patterns that they, see around them. For example, it is well known that many pupils quite quickly acquire the 'rule' that to multiply by ten one adds a zero. Pupils then often 'over-generalise' their rules to situations that do not work. In the case of multiplication by ten, they apply it to decimals (eg  $2.3 \times 10 = 2.30$ ). Similarly, pupils may decide that that multiplication always makes bigger, division smaller and then choose erroneously to multiply or divide according to their perception of whether the numbers need to get bigger or smaller.

However, overcoming these kinds of misconceptions presents the teacher with a dilemma. When teaching multiplying whole numbers by ten, in order to present pupils with examples where adding a zero does not work, it would be necessary to stray far from the original topic, and it may, involve mathematical ideas that are, for the time being, beyond the pupils' capacity to understand.

A similar difficulty arises when teaching new procedures, where the most common approach is to apply the procedure first to simple examples and later to more complex examples. This can be counter-productive, since pupils often solve simple examples intuitively without knowing how they have solved them, and such methods cannot be used with more complex examples. So, for example, when teaching pupils about methods for solving equations it may be better to start with examples that cannot be solved by intuitive methods such as just 'spotting' the solution or 'trial and error'.

The model of simple through to more complex examples can also lay the foundations of misconceptions. For example, teaching subtraction of tens and units and beginning with examples where no decomposition or carrying is required may reinforce the idea that you always take the smaller digit away from the larger, leading to later errors like  $43 - 28 = 25$ .

It seems that to teach in a way that avoids pupils creating any misconceptions (sometimes called 'faultless communication') is not possible, and that we may have to accept that pupils will make some generalizations that are not correct and that many of these misconceptions will remain hidden unless the teacher makes specific efforts to uncover them. A style of teaching that constantly exposes and discusses misconceptions is needed, thus limiting the extent of misconceptions. This may be possible, as much research over the last twenty years has shown that the vast majority of pupil misconceptions are quite widely shared.

In the diagnostic Teaching Project, conducted at Nottingham University's Shell Centre for Mathematical Education, teaching packages were designed to elicit and address pupils' misconceptions during lessons. Two important features emerged. The first was that addressing misconceptions during teaching does actually improve achievement and long-term retention of mathematical skills and concepts. Drawing attention to a misconception before giving the examples was less effective than letting students fall into the 'trap' and then having the discussion.

The other major finding was that the intensity and degree of engagement with the task that pupils showed in group discussions were much more important influences on their learning than the amount of time spent on the task. Although the intensive discussions meant spending much longer on small (though important) points, there was a much higher level of long term retention overall than with classes that covered more ground superficially, but in the same time.

*Askew, M; Wiliam, D. (1995) Recent Research in Mathematics Education 5-16, Office for Standards in Education, HMSO, London.*

## 9 A formative assessment lesson plan

The following suggestions describe one possible approach to a formative assessment lesson on problem solving. Students are given a chance to tackle a problem unaided, to begin with. This gives you a chance to assess their thinking and to identify students that need help. This is followed by a formative lesson in which they collaborate, reflect on their work and try to improve it.

### Before the lesson 20 minutes

Before the lesson, perhaps at the end of a previous lesson, ask students to attempt one of the assessment tasks, *Counting Trees*, *Cats and Kittens* or *Security Cameras* on their own. Students may need calculators, pencils, rulers, and squared paper.

*The aim is to see how able you are to tackle a problem without my help.*

- You will not be told which bits of maths to use.
- There are many ways to tackle the problem - you choose.
- There may be more than one 'right answer'.

*Don't worry if you cannot understand or do everything because I am planning to teach a lesson on this next in the next few days.*

Make sure that students are familiar with the context of the problem.

#### **Counting Trees**

*Does anyone know what a tree plantation is?*

*How is a plantation different from a natural forest?*

*The plantation consists of old and new trees*

*How might the arrangement of trees in a plantation differ from that of a natural forest?*

#### **Cats and Kittens**

*This is a poster made by a cats' charity, encouraging people to have their cats spayed so they can't have kittens. The activity is about what happens if you don't have your cat spayed and whether the statement on the poster is correct.*

*Is it realistic that one female cat would produce 2000 descendants in 18 months?*

*You are given some facts about cats and kittens that will help you decide.*

#### **Security Cameras**

*Have you ever seen a security camera in a shop or a bus? What did it look like?*

*Some may not look like cameras at all, but rather like small hemispheres. They may be fixed, but many swivel round. The cameras in this problem can turn right round through 360°. The drawing shows a plan view of a shop.*

*This means we are looking down on the shop from above.*

*The little circles represent people standing in the shop.*

*Remember to show your working so I can understand what you are doing and why.*

Collect in their work and provide constructive, qualitative feedback on it. This should focus on getting students to think and reason - a Key Process agenda. Don't give grades, scores or levels! Write *only* questions below their work. Focus feedback on such issues as:

- *Representing:*  
Can you think of a different way of tackling his problem?  
What sort of diagram might be helpful?  
What assumptions have you made?
- *Reasoning:*  
How have you got this result?  
Have you checked your calculations?  
What would happen if ...?
- *Interpreting:*  
How can you test the accuracy of your estimate?  
What other sample could you have chosen?
- *Communicating:*  
I find it difficult to follow your thinking here.  
Can you present your reasoning so that someone else can follow every step?

Try to identify particular students who have struggled and who may need support. Also look out for students that have been successful. These may need an extension activity to further challenge them.

### Resources needed for the lesson

You will need the following resources:

- One copy of the problem sheet per student
- Mini whiteboards
- Large sheets of paper for making posters and felt-tipped pens
- Calculators and rulers

#### *Counting Trees*

- Spare, large copies of the trees picture for groups to work on together.

#### *Cats and Kittens*

- A supply of graph paper or squared paper (if requested)

#### *Security Camera.*

- Spare copies of the plan of the shop for rough working
- Squared paper (only if requested)

### Re-introduce the problem to the class      5 minutes

Begin the lesson by briefly reintroducing the problem:

*Do you remember the problem I asked you to have a go at last time?  
I have had a look at your work and I have written some comments at the bottom of it.  
Today we are going to work together trying to improve on these initial attempts.  
First, on your own, carefully read through the questions I have written on your work. Use  
your mini-whiteboards to note down answers to these questions.*

It is helpful to ask students to write their ideas on a large sheet of paper or mini whiteboard using felt-tipped pen. This helps you monitor their work and also helps students to share their ideas later in the lesson.

**Students work alone responding to your feedback 5 minutes**

Allow the students some time to reflect on your comments and write their responses.

**Students work in pairs to improve their solutions 10 minutes**

Ask students to now work in pairs or threes. Give out a large sheet of A3 (at least) paper and a felt-tipped pen to each group.

*Now I want you to share your work with a partner.*

*Take it in turns to explain how you did the task and how you now think it could be improved.*

*Now I want each pair to work together, comparing their ideas and the feedback I have given. Together, I want you to try to produce an answer to the problem that is better than each of you did separately.*

Go round the room, listening, assessing their thinking and making interventions asking strategic questions. Consult a copy of the progression steps for the relevant problem and decide which questions would be most appropriate for moving their thinking towards higher levels of performance. Use strategic questions like:

*What is known and what is unknown?*

*What are you asked to find out?*

*How can we simplify this problem?*

*What assumptions have you made?*

**Students share their approaches with the class 15 minutes**

Ask students to present their ideas and approaches to the class. Focus on their methods rather than their answers. As they respond, use the progression steps to assess their responses. In particular, focus on the quality of the reasoning and communication.

*"We decided to count the different types of trees along each side, then multiply these numbers together."*

*"We drew a timeline along the top of the paper and then drew cats underneath to show when they gave birth."*

As students present their ideas, ask other students to comment on:

- Representing: Did they choose a good method?
- Analysing: Is the reasoning correct – are the calculations accurate?
- Interpreting: Are the conclusions sensible?
- Communication: Was the reasoning easy to understand and follow?

**Students continue with the problem/ or an extension of the problem 20 minutes**

Encourage students to return to the problem and continue working on it using some of the ideas that have been shared. If they have already produced a good solution, either ask them to find an alternative method, a more convincing reason, or to explore an extension.

**Counting Trees**

*If I now showed you a very large jar of Smarties, how could you estimate the fraction that are red? Write down your method. Can you use what you learned from "Counting Trees"?*

**Cats and Kittens**

*Can you find a simpler, more elegant way of presenting your calculations to "Cats and Kittens"? Can you use a diagram of some kind?*

**Security Camera**

*There are several places that the camera might be placed that are as good as the one you have found. Try to find all the solutions. Can you convince me that these are all possible solutions? Can you explain why they all give the same coverage of the shop?*

Collect examples of students' work for the follow-up discussion. Try to assess how much students have learned from the sharing session.

## 10 Effekten av tilbakemelding på elevenes læring

Les følgende to utdrag fra Black og Wiliam (1998) og svar på spørsmålene som følger:

### Farene ved karakterer, poenger, belønninger og rangeringer

"Where the classroom culture focuses on rewards, 'gold stars', grades or place-in-the-class ranking, then pupils look for the ways to obtain the best marks rather than at the needs of their learning which these marks ought to reflect. One reported consequence is that where they have any choice, pupils avoid difficult tasks. They also spend time and energy looking for clues to the 'right answer'. Many are reluctant to ask questions out of fear of failure. Pupils who encounter difficulties and poor results are led to believe that they lack ability, and this belief leads them to attribute their difficulties to a defect in themselves about which they cannot do a great deal. So they 'retire hurt', avoid investing effort in learning which could only lead to disappointment, and try to build up their self-esteem in other ways. Whilst the high-achievers can do well in such a culture, the overall result is to enhance the frequency and the extent of under-achievement."

- What are the implications of this for your practice?
- What would happen if you stopped giving marks or levels on pupils' work?
- Why are so many teachers resistant to making this change?

### Fordelene med å gi klar, spesifikk, innholdsfokusert tilbakemelding

"What is needed is a culture of success, backed by a belief that all can achieve. Formative assessment can be a powerful weapon here if it is communicated in the right way. Whilst it can help all pupils, it gives particularly good results with low achievers where it concentrates on specific problems with their work, and gives them both a clear understanding of what is wrong and achievable targets for putting it right. Pupils can accept and work with such messages, provided that they are not clouded by overtones about ability, competition and comparison with others. In summary, the message can be stated as follows:

Feedback to any pupil should be about the particular qualities of his or her work, with advice on what he or she can do to improve, and should avoid comparisons with other pupils."

- What are the implications of this for your practice?
- Does this kind of feedback necessarily take much longer to give?

*Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the black box : raising standards through classroom assessment. London: King's College London School of Education 1998.*