

Å BYGGE PÅ DET ELEVENE ALLEREDE KAN

Hvordan kan jeg gi respons til elever på en måte som fremmer deres læring?

Innledning

Undervisning bør ha som utgangspunkt at elevene ikke kommer til skolen som «blanke ark», men som aktivt tenkende individer med et bredt spekter av kunnskaper og ferdigheter. Forskning viser at undervisning er mest effektiv når læreren verdsetter og tar i bruk elevenes forkunnskaper og tilpasser undervisningen til elevenes behov (Black & Wiliam, 1998). Forkunnskaper kan avdekkes gjennom aktiviteter der elevene får resonnere og gi uttrykk for forståelse. Mer testing er ikke nødvendig. For eksempel kan man gi ett skriftlig spørsmål i starten av timen der dette spørsmålet åpner for ulike forklaringer som kan diskuteres. Denne prosessen, som ofte refereres til som formativ vurdering, kan defineres slik:

"... alle aktivitetene som gjennomføres av lærerne, og av deres elever når de vurderer seg selv, som gir informasjon som skal brukes som tilbakemelding til å endre undervisningen og læringsaktivitetene de er engasjert i. Slik vurdering blir "formativ vurdering" når materialet faktisk brukes til å tilpasse undervisningen for å møte behovene." (Black & Wiliam, 1998 para, 91, vår oversettelse)

Denne modulen handler om ulike måter dette kan gjennomføres på og fokuserer spesielt på følgende spørsmål:

- Hvordan kan oppgaver brukes til å vurdere ytelse?
- Hvordan kan denne vurderingen brukes for å fremme læring?
- Hva slags tilbakemeldinger er mest nyttig for elevene og hva slags er unyttig?
- Hvordan kan elevene engasjeres i vurderingsprosessen?

Aktiviteter

Aktivitet A: Innledning til formativ vurdering	3
Aktivitet B: Lærernes egne erfaringer med formativ vurdering	4
Aktivitet C: Prinsipper for formativ vurdering.....	6
Aktivitet D: Analyse av elevsvar på problemløsningsoppgaver	9
Aktivitet E: Analyse av elevsvar på begrepsfokusede oppgaver	23
Aktivitet F: Observere formativ vurdering i praksis	29
Aktivitet G: Planlegge og rapportere fra en vurderingsøkt.....	30
Aktivitet H: Om hvordan tilbakemeldinger innvirker på elevenes læring	31

Acknowledgement:

In preparing this material, we acknowledge the permissions given by the Bowland Charitable Trust to adapt the professional development resources, *Bowland Maths*, that they had previously funded us to produce for the UK. This includes many of the handouts and most of the video extracts. Additional resources were also adapted from *Improving Learning in Mathematics*, a government funded program in the UK. The original sources are:
 Swan, M; Pead, D (2008). *Professional development resources*. Bowland Maths Key Stage 3, Bowland Trust/ Department for Children, Schools and Families. Obtainable in the UK from: <http://www.bowlandmaths.org.uk>.
 Swan, M; (2005). *Improving Learning in Mathematics*, challenges and strategies, Department for Education and Skills Standards Unit. Obtainable in the UK from http://tlp.excellencegateway.org.uk/pdf/improving_learning_in_maths.pdf

Forskningslitteratur som er relevant for temaet.

Black, P., & Wiliam, D. (1998). *Inside the black box: raising standards through classroom assessment*. King's College London School of Education.
<http://pdk.sagepub.com/content/92/1/81.abstract>

This short booklet offers a summary of the extensive research literature into formative assessment. It shows that there is clear evidence that improving formative assessment raises standards, and offers evidence showing how formative assessment may be improved. This booklet is essential reading for all teachers.



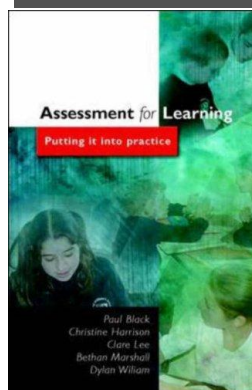
Black, P., & Harrison, C. (2002). *Working inside the black box: Assessment for learning in the classroom*. King's College London School of Education.
<http://pdk.sagepub.com/content/86/1/8.full.pdf+html>

In this booklet, the authors describe a project with teachers in which they studied practical ways of implementing formative assessment strategies and the effect this had on learning. The section on feedback and marking (pages 8-9) are particularly relevant to this module.



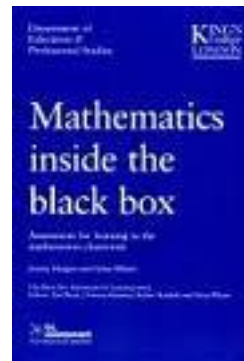
Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D. (2003). *Assessment for learning: Putting it into practice*. Buckingham: Open University Press.

This book gives a fuller account of the earlier booklets *Inside the black box* and *Working inside the black box*. It discusses four types of action: questioning, feedback by marking, peer- and self-assessment and the formative use of summative tests. The section on feedback and marking (pages 42-49) is particularly relevant to this module, while the section on peer and self-assessment (pp 49-53) is relevant for the next CPD module.



Hodgen, J., & Wiliam, D. (2006). *Mathematics inside the black box*. King's College London School of Education. Now published by GL Assessment: <http://shop.gl-assessment.co.uk>

This booklet applies the above findings specifically to Mathematics. It considers some principles for Mathematics learning, choice of activities that promote challenge and dialogue, questioning and listening, peer discussion, feedback and marking, and self and peer assessment. This booklet is essential reading for all mathematics teachers.



AKTIVITET A: INNLEDNING TIL FORMATIV VURDERING

Minimum tid som trengs: 10 minutter.

De ulike typene og formål med vurdering

Inviter deltakerne til å diskutere følgende problemstilling:

- Hvorfor vurderer du elever?
- Hvilke ulike formål har vurderingen? Lag en liste.

Listen over formål kan inkludere: diagnostisere vanskeligheter; feire framgang; motivere elever; velge ut elever til grupper; føre oversikt for å holde lærere og foreldre informert om framgang; for å vurdere undervisningsmetoder.

For å oppsummere, så er det to hovedformål ved vurdering:

- *Summativ vurdering* – for å oppsummere og bedømme innsatsen ved slutten av et kurs, for sertifisering og bruk ved forfremmelser. De fleste avsluttende eksamener og nasjonale prøver har dette formålet. Summativ vurdering brukes også til å evaluere den relative suksessen til et kurs, undervisningsmetoder, eller til og med en institusjon.
- *Formativ vurdering* – for å klargjøre forkunnskaper og eventuelle vansker i starten av et kurs, slik at elever og lærere kan ta de nødvendige tiltak. Denne type vurdering er en integrert del av all læring, og kalles ofte *vurdering for læring*.

Potensialet i formativ vurdering for å forbedre læringen.

Nevn kort forskningsresultater som underbygger formativ vurdering. Dette er oppsummert av Black og Wiliam i flere publikasjoner. Mange av disse kan lastes ned gratis på internett. Disse forskerne ønsket å finne ut hvorvidt det å forbedre den formative vurderingen fører til forbedret læring. «Vi undersøkte mange bøker og innholdet i mer enn 160 tidsskrifter gjennom ni år, og også oversikter over tidligere forskning. Dette arbeidet resulterte i 580 artikler eller kapitler. Vi lagde en oversikt med materiale fra 250 av disse kildene. Alle ... studier viser at ... å styrke ... formativ vurdering fører til signifikant og ofte substansiell framgang i læringsutbyttet. Disse studiene spenner over ulike aldersgrupper, forskjellige skolefag, og over mange land ...» (Black and Wiliam, 1998).¹

Denne modulen handler om implementering av formativ vurdering, basert på det som er nevnt over og annen forskning. En annen modul vil ta for seg selvvrdering og kameratvrdering.

¹ Paul Black and Dylan Wiliam, "Assessment and Classroom Learning," *Assessment in Education*, March 1998, pp. 7-74.

AKTIVITET B: LÆRERNES EGNE ERFARINGER MED FORMATIV VURDERING

Minimum tid som trengs: 10 minutter.

Hva vet lærerne om sine elever og hva slags konsekvenser får dette i praktisk handling?

Be deltakerne om å jobbe to og to med følgende spørsmål:

- Tenk på to elever i klassen din, en som er spesielt sterk og en som strever. Beskriv elevenes styrker og svakheter så detaljert som mulig til partneren din. La dette gå på omgang..
- Hvordan ble du klar over disse styrkene og vanskene? På hvilket grunnlag har du konkludert? Resultat på prøver? Det du husker av muntlig respons i timene? Observasjoner av eleven når de jobber? Skriftlig arbeid?
- Hvilken innflytelse har dine vurderinger av disse elevene hatt på hvordan du planlegger undervisningen? Gi eksempler.

Hvilke vanskeligheter støter lærerne på?

La deltakerne få **Utdelingsark 1: Vanskeligheter med formativ vurdering.**

- I hvor stor grad er kritikken på Utdelingsarket gyldig i din hverdag?
- Hvis noen er gyldige, hva kan gjøres med dem?

Utdelingsark 1

Vanskeligheter med formativ vurdering

Forskningslitteraturen antyder at formativ vurdering er et område med mange problemer og vanskeligheter. Dette blir oppsummert slik av Black og Wiliam (1998)¹:

Effektiviteten i læringen

- Prøver lærerne gir oppmuntrer til pugg og overfladisk læring.
- Spørsmålene og metodene som brukes på prøver deles ikke lærerne imellom, og gis ikke en kritisk gjennomgang med tanke på hva de faktisk vurderer.
- Det er en tendens til å legge for stor vekt på kvantitet og for liten vekt på det kvalitative med hensyn på hva som gir læringseffekt.

Betydningen av vurdering

- Poengsetting og karakterer blir vektlagt for mye, mens det å gi gode råd og veiledning blir vektlagt for lite.
- Tilnærminger der elevene blir sammenliknet med hverandre brukes i stor grad, og det viktigste siktemålet ser for elevene ut til å være konkurranse dem imellom og ikke at hver enkelt skal forbedre seg. Som en konsekvens av dette lærer lavtpresterende elever at de mangler «evner», noe som hindrer dem i videre læring.

Styring, ledelse og vurdering

- Lærernes tilbakemeldinger til eleven ser ut til å handle om sosial kontroll og klasseledelse, ofte på bekostning av læringsfunksjonen.
- Lærere kan ofte forutsi hvordan eleven gjør det på sentralt gitte prøver, for de prøvene de selv gir etterlikner den type prøver, men samtidig vet lærerne for lite om elevenes læringsbehov.
- Det brukes mer tid på å fordele karakterer i protokollene enn å finne fram til elevenes læringsbehov; videre er det slik at noen lærere ikke tar hensyn til vurderingsarbeidet som er gjort av elevenes tidligere lærere.

¹ Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the black box: raising standards through classroom assessment. London: King's College London School of Education 1998.

AKTIVITET C: PRINSIPPER FOR FORMATIV VURDERING

Minimum tid som trengs: 20 minutter.

Gi deltakerne en kopi av **Utdelingsark 2**. Det som presenteres her er hentet fra forskning om formativ vurdering.

- Når vi ser på vanskelighetene som trekkes fram i Aktivitet B, hvilke forslag har du til hvordan din egen praksis med formativ vurdering kan forbedres?
- Diskuter prinsippene som trekkes opp på **Utdelingsark 2**.
 - Hvilke av disse bruker du i dag i egen undervisning?
 - Hvilke synes du er vanskeligst? Hvorfor?
- Hvilke andre prinsipper synes du er viktige?

Del ut kopier av **Utdelingsark 3**.

"Det er veldig lett å fortelle oss lærere om hvordan vi skal vurdere elevene, men hvordan kan en travel lærer vite hva som foregår inni hodene på 30 forskjellige elever?"

- Hvordan vil du svare denne læreren?
- Hvilke strategier har du for å finne ut noe om hva elevene tenker i dine timer?
- Diskuter de to forslagene på **Utdelingsark 3**, og se de tilhørende videoene.
- Foreslå noen flere strategier som kan brukes for å gjøre resonneringen mer tydelig.



De to strategiene som beskrives på Utdelingsark 3 og i de tilhørende videoene til denne aktiviteten kan være til hjelp for å gjøre resonneringen mer «synlig».

Mini-tavler eller liknende kan være et godt hjelpemiddel av følgende grunner:

- Når elevene holder sine ideer opp til læreren, er det mulig å se med et blikk hva hver elev tenker.
- Under helklasse-diskusjoner, bidrar de til at læreren kan spørre nye typer spørsmål (typisk begynnende med: «Vis meg et eksempel på»).
- De lar elevene, samtidig, presentere en rekke skriftlige og / eller tegnede svar til læreren og til hverandre.

Plakater eller postere er også en fin måte å hjelpe elevene til å uttrykke sin tenkning. Denne bruken krever ikke «polerte», «komplette», «attraktive» produkter, men de bør heller bli sett på som arbeidsdokumenter. Kanskje den enkleste måten å bruke en plakat på er når elevene skal samarbeide om å løse et problem og forklare tankeprosesser involvert på hvert trinn. En annen bruk av plakater er å finne ut hva elevene allerede vet om et gitt emne. I diagrammet vist på Utdelingsark 3 ba læreren elevene om å skrive ned alt de visste om $y = 2x - 6$. Et diagram ble så utviklet på tavla. Elevene ble deretter gitt en rekke ligninger (nivået på utfordringene ble variert hensiktsmessig) og ble bedt om å produsere sin egen plakat. Diskusjonen ga læreren mulighet til å vurdere hvor mye elevene visste om ligninger og hvor godt de klarte å koble ideer sammen.

UTDELINGSARK 2: PRINSIPPER FOR FORMATIV VURDERING

Formativ vurdering kan defineres som: "... alle aktivitetene som gjennomføres av lærerne, og av deres elever når de vurderer seg selv, som gir informasjon som skal brukes som tilbakemelding til å endre undervisningen og læringsaktivitetene de er engasjert i. Slik vurdering blir "formativ vurdering" når materialet faktisk brukes til å tilpasse undervisningen for å møte behovene."

(Black & Wiliam, 1998 para, 91, vår oversettelse)

Gjør målene for timen eksplisitte

Del målet for timen med elevene og la fra tid til annen elevene gi bevis for at de kan nå disse målene:

"Lag et eksempel som viser at du kan og forstår Pythagoras' teorem."

"Denne timen handlet om at du skulle velge hvilken metode du skulle bruke. Vis meg hvor du gjorde det."

Elever kan ha vanskeligheter med å se verdien av at noen timer handler om å forstå begreper mens andre handler om å utvikle utforskende eller undersøkende arbeidsmåter.

Å gjøre målene eksplisitte betyr ikke å skrive dem på tavla i begynnelsen av timen, men heller å referere eksplisitt til dem mens elevene arbeider. Hvis målet er å utvikle utforskende og undersøkende metoder, er det viktig at en i plenum ber elevene fortelle om og sammenlikne angrepsmåter og metoder istedenfor svar.

Vurder grupper så vel som individuelle elever

Gruppearbeid gir mange muligheter for å observere, lytte og stille spørsmål til elevene. Elevene må gi uttrykk for tanker og læreren kan finne ut hvor det er problemer.

Se og lytt før du bryter inn

Vent og lytt før du bryter inn i en gruppediskusjon. Prøv å sette deg inn i resonnementet til eleven. Når du bryter inn, start med å be dem forklare noe. Hvis de ikke klarer det, be andre elever hjelpe til.

Bruk divergerende vurderingsmetoder ("Vis meg hva du kan om...").

Konvergente vurderingsmetoder karakteriseres ved avkryssingslister og jeg-kan-utsagn. Læreren stiller lukkede spørsmål for å finne ut om eleven vet, forstår eller kan utføre en forutbestemt ting. Dette er den typen vurdering som er mest vanlig på skriftlige prøver. Divergent vurdering vil derimot handle om å stille åpne spørsmål som gir elevene anledning til å beskrive og forklare hvordan de tenker og resonnerer. Elevene kan komme til å overraske oss, svarene er ikke gitt på forhånd.

Gi konstruktive tilbakemeldinger

Forskning viser at tilbakemeldinger på elevarbeid i form av karakterer eller poeng er ineffektivt og kan være til hinder for læring. Kvantitative tilbakemeldinger av denne typen fører til at elevene sammenlikner karakterer eller poeng og trekker oppmerksomheten bort fra matematikken. Bruk heller muntlige eller skriftlige kommentarer som kan hjelpe elevene med å finne ut hva de kan, hva de bør kunne og hvordan de kan komme videre.

Gjør endringer i undervisningen på grunnlag av vurderingen

I tillegg til å gi tilbakemelding til elevene vil god vurdering gi innspill til undervisningen. Vær fleksibel og villig til å endre planer underveis som følge av det du finner ut.

UTDELINGSARK 3: SYNLIGGJØRE RESONNEMENTER

Bruk av mini-tavler

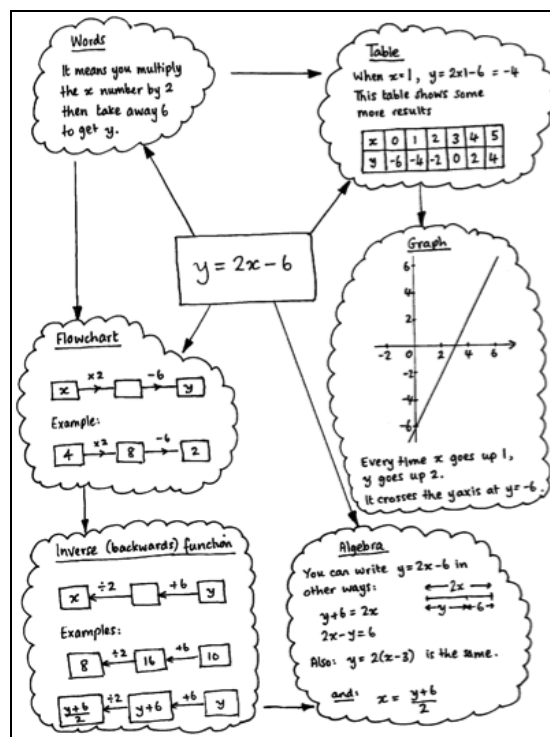
Et vanlig problem i klasserommet er at noen elever dominerer og svarer på spørsmål mens andre er for beskjedne eller ikke tør å ta ordet. Med bruk av mini-tavler presenterer hver elev et svar samtidig. Når åpne spørsmål er brukt, gir elevene forskjellige svar fra medelevene. Læreren er i stand til umiddelbart å vurdere hvilke av elevene som ser ut til å forstå lærestoffet og hvem som sliter.



Be elevene om å lage plakater

Be elevene samarbeide i grupper om å lage en plakart:

- som viser deres felles løsning på et problem
- som oppsummerer hva de vet om et gitt emne, eller
- viser to forskjellige måter å løse et gitt problem på.
- viser forbindelsene mellom en matematisk idé og andre relaterte ideer.



AKTIVITET D: ANALYSE AV ELEVSVAR PÅ PROBLEMLØSNINGSOPPGAVER**Minimum tid som trengs: 20 minutter**

På **Utdelingsark 4** er det tre oppgaver sammen med fire elevsvar på hver av dem. Oppgavene er: *Telle trær, Katter og kattunger, Overvåkningskameraer*.

- Les gjennom alle oppgavene og plukk ut en som du synes passer best for en klasse som du snart skal undervise. Hvis du arbeider med oppgaven i en gruppe, er det best om alle i gruppen velger samme oppgave.
- Se på de fire elevsvarene. Hva kan du ut fra det elevene skriver si om hver elevs kapasitet til å: *representere, analysere, tolke og evaluere, kommunisere og reflektere?*

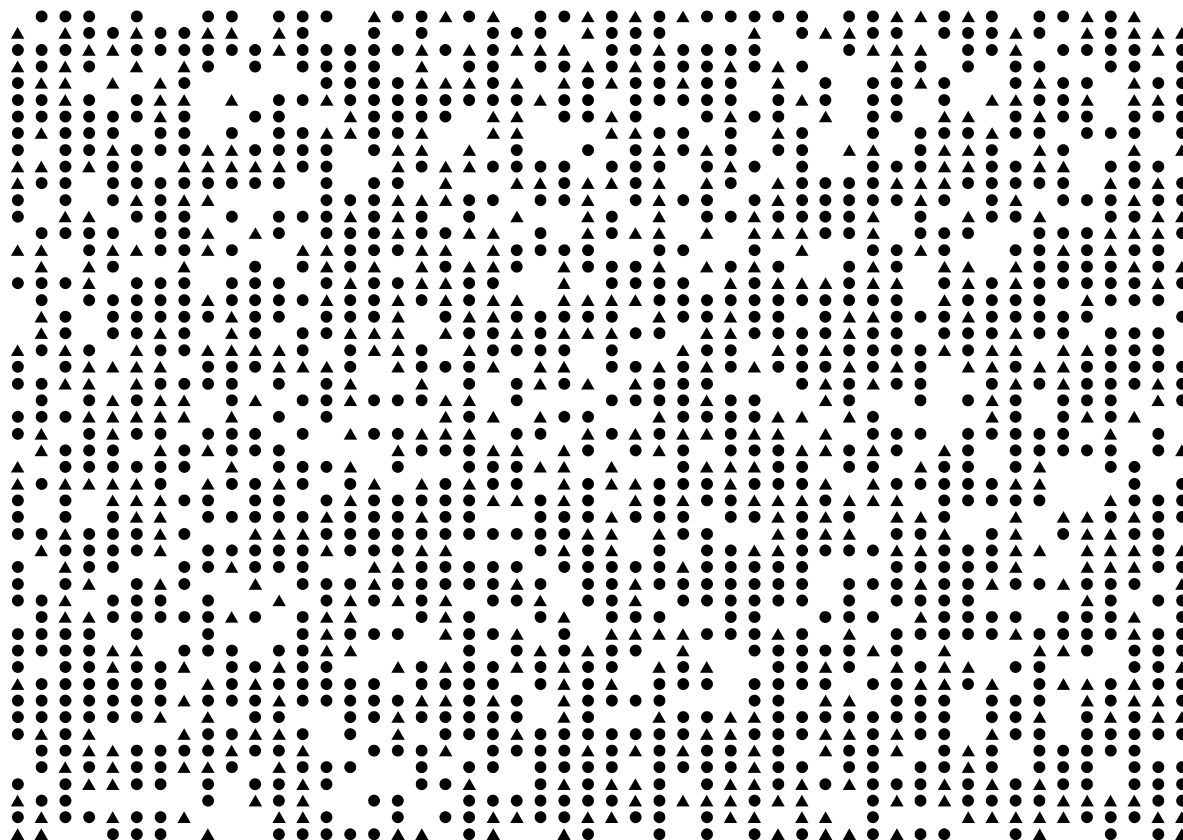
På **Utdelingsark 5** er det noen kommentarer til elevsvar på hver av oppgavene.

- Hvilken tilbakemelding ville du gi dersom du var læreren til disse elevene og ønsket å hjelpe dem til å forbedre svarene sine? Prøv å formulere denne hjelpen i form av et muntlig spørsmål du kunne stille i klasserommet. Du kan kanskje ha nytte av å se **Utdelingsark 6**.
- Se på videoen med tre lærere som diskuterer tilbakemeldingene de ga på disse oppgavene.



UTDELINGSARK 4: OPPGAVER OG EKSEMPLER PÅ SVAR

Telle trær



Dette diagrammet viser noen trær i et skogsfelt.

Sirklene ● representerer gamle trær og trekantene ▲ er unge trær.

Tom ønsker å vite hvor mange det er av hver type. Imidlertid tar det alt for lang tid å telle dem ett og ett.

1. Hvilken metode kan han bruke for å finne et estimat over hvor mange trær det er?
Forklar metoden!
2. Bruk metoden din til å estimere:
 - (a) Antall gamle trær
 - (b) Antall unge trær

Svareksempel: Laura

- ① You could multiply the number of trees in the length by the number of trees in the width and then of half your answer.
- ② a. Old trees - 644
Young trees - 644
- width - 33 $33 \times 39 = 1287$
length - 39. $1287 \div 2 = 643.5 = 644$

Svareksempel: Jenny

1. there are 38 trees in each column
there are around 11 young trees
and around 27 old ones
33 trees in each row so

$$11 \times 33 = 363$$

$$27 \times 33 = \begin{array}{r} 891 \\ \hline 1254 \end{array}$$

2.

a. $11 \times 33 = 363 = \text{new trees.}$

b. $27 \times 33 = 891 = \text{old trees.}$

Svareksempel: Woody

2 columns has 21 young trees
55 old trees

50 columns is approx
 $50 \div 2 = 25$
 $25 \times 21 =$ amount of young trees $= 525$
 $25 \times 55 =$ amount of old trees $= 1,375$
 rounded up
 young 530
 old 1,380

Svareksempel: Amber

Counting trees

- If Tom draws a 10×10 square round some trees and counts how many old and new there are. There are 50 rows and 50 columns altogether so he must multiply by 25. He could do this a few times to check and then take the average.
- | | | |
|------------|--------------------|--------|
| 53 old | $\times 25 = 1325$ | old |
| 28 new | $\times 25 = 700$ | new |
| 19 spaces | $\times 25 = 475$ | spaces |
| <u>100</u> | <u>2500</u> | |

$1325 + 1200 \div 2 = 1262.5$
 $700 + 875 \div 2 = 787.5$

check

48 old	$\times 25 = 1200$	old
35 new	$\times 25 = 875$	new
17 spaces	$\times 25 = 425$	spaces
<u>100</u>	<u>2500</u>	

So about 1263 old trees
and 788 new trees

4 OPPGAVER OG EKSEMPLER PÅ SVAR (FORTSETTELSE)

Overvåkningskamera

En butikkeier ønsker å unngå nasking i butikken.

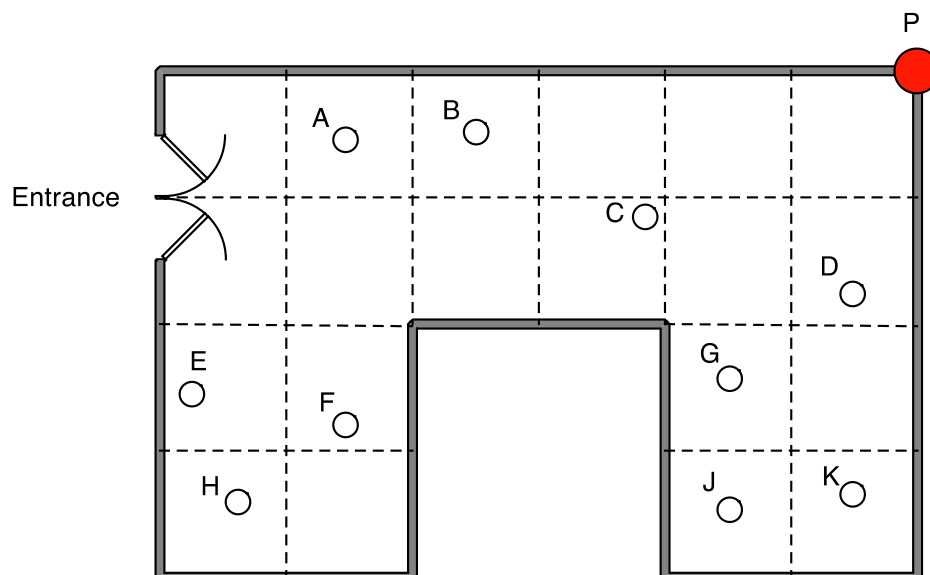
Han bestemmer seg for å installere et overvåkningskamera i taket inne i butikken.

Kameraet kan dreie rundt 360°.

Butikkeieren plasserer kameraet ved punktet P, i hjørnet av butikken.

Skissen nedenfor viser ti personer plassert ulike steder i butikken.

Skisse over butikken



1. Hvilke personer kan ikke sees av kameraet i P?
2. Butikkeieren sier at "15 % av butikken er i skjul for kameraet". Vis at han har rett.
3. (a) Finn den beste plasseringen av kameraet slik at mest mulig av butikken dekkes.
(b) Forklar hvordan du kan vite at dette er den beste plasseringen.

Svareksempel: Max

1. E, F and H cannot be seen by the camera.

2.

3a. The exact middle of the shop would be the place where it could see the most amount of people.

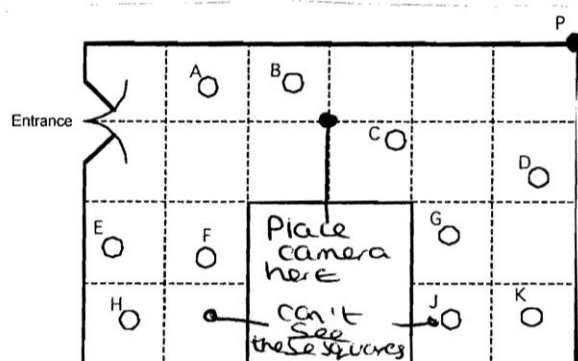
3b. Because the middle of the shop will grant the camera a larger vision of the so shop.

Svareksempel: Ellie

1. F + H

2. This is true because if there are 20 squared areas to make up the shop and 3 cannot be seen by the camera then that means the 3 squared areas would have to equal 15%. They do because if ^{15%} of the room = 100% then to get from 10 to 100 you divide by 10 and if you get 5 to 100 you divide by 2 and then by 10. add them together and you'll get 15%.

3a+b. I think the best place for the camera is in the centre of the room because it only can't see two squares.



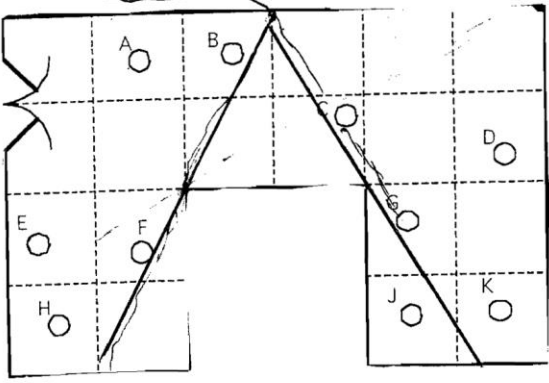
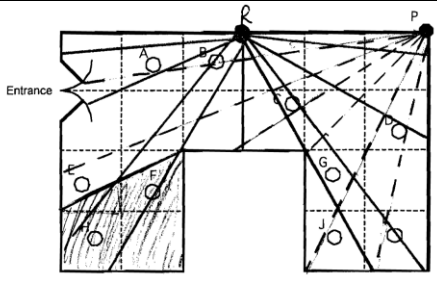
Svareksempel: Simon

1. F + H

2. because 3 squares a holder from the camera
1 square is 50% So 3 squares are 150%

3. a Here is the Best place

b it can see all the Carro almost every where


Svareksempel: Rhianna


1. He cannot see F + H.

2. There are 20 Squares. 3 squares are hidden from the camera.
Each square represents 5%.
 $3 \times 5\% = 15\%$
This proves 15% of the shop is hidden

3. a) $\bullet = R$ 5% is hidden on one half.
My camera 5% is hidden on the other half.
This way only 10% is hidden + that space could be used for a til/trolleys.

b) I know this is the best place because it has a full view of all around the shop it can go .

4 OPPGAVER OG EKSEMPLER PÅ SVAR (FORTSETTELSE)

Katter og kattunger

Her er en plakat laget av en organisasjon som tar seg av bortkomne katter.



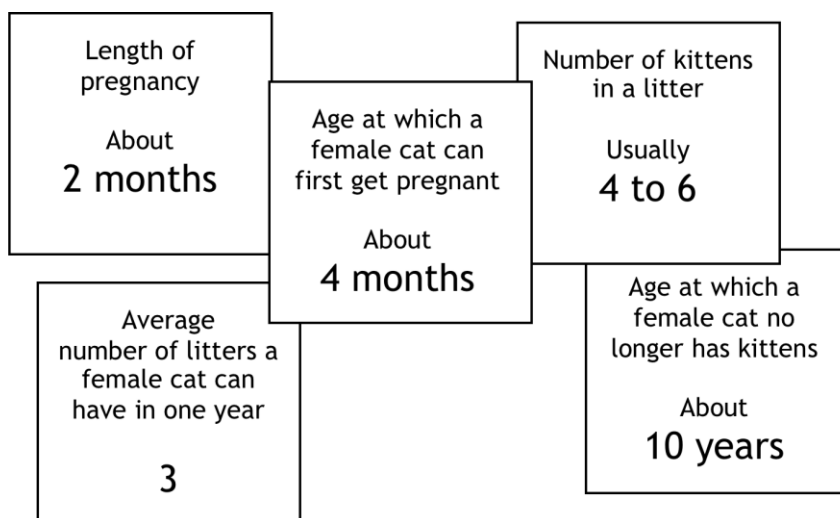
*Cats can't add but
they do multiply!*

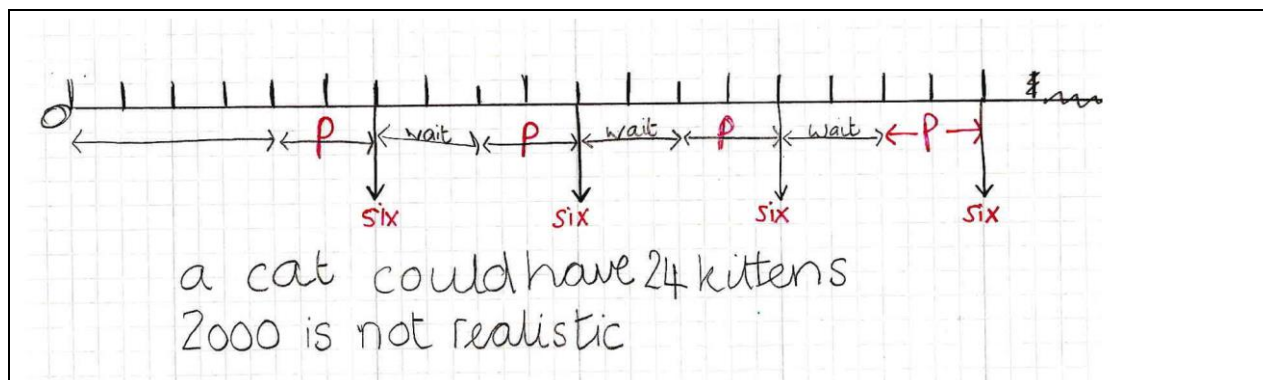
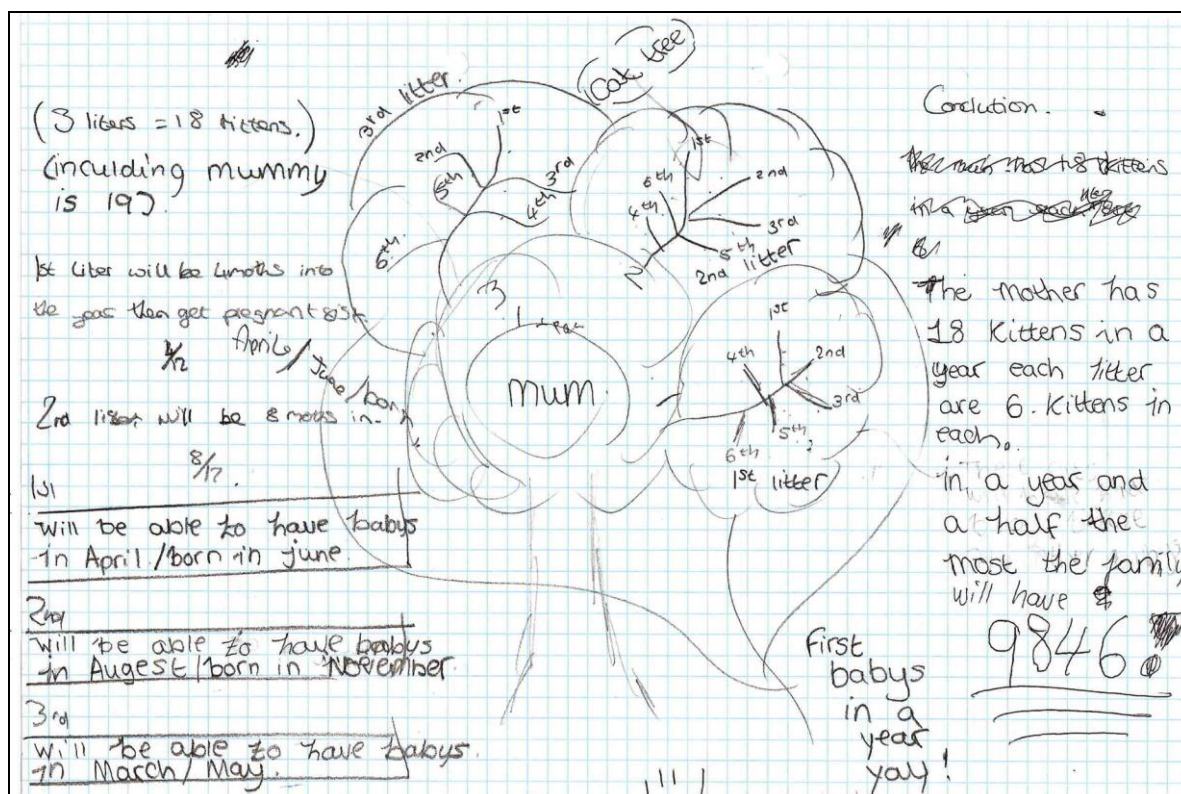
**In just 18 months, this female cat
can have 2000 descendants.**

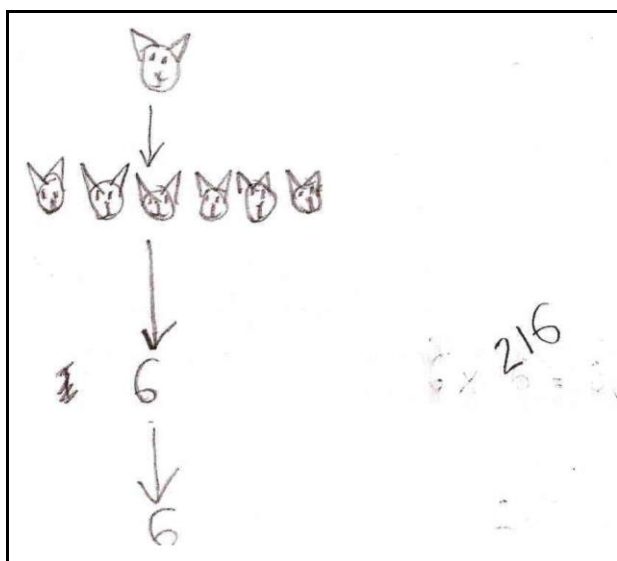
Make sure your cat cannot have kittens.

Fin ut om antall etterkommere er realistisk.

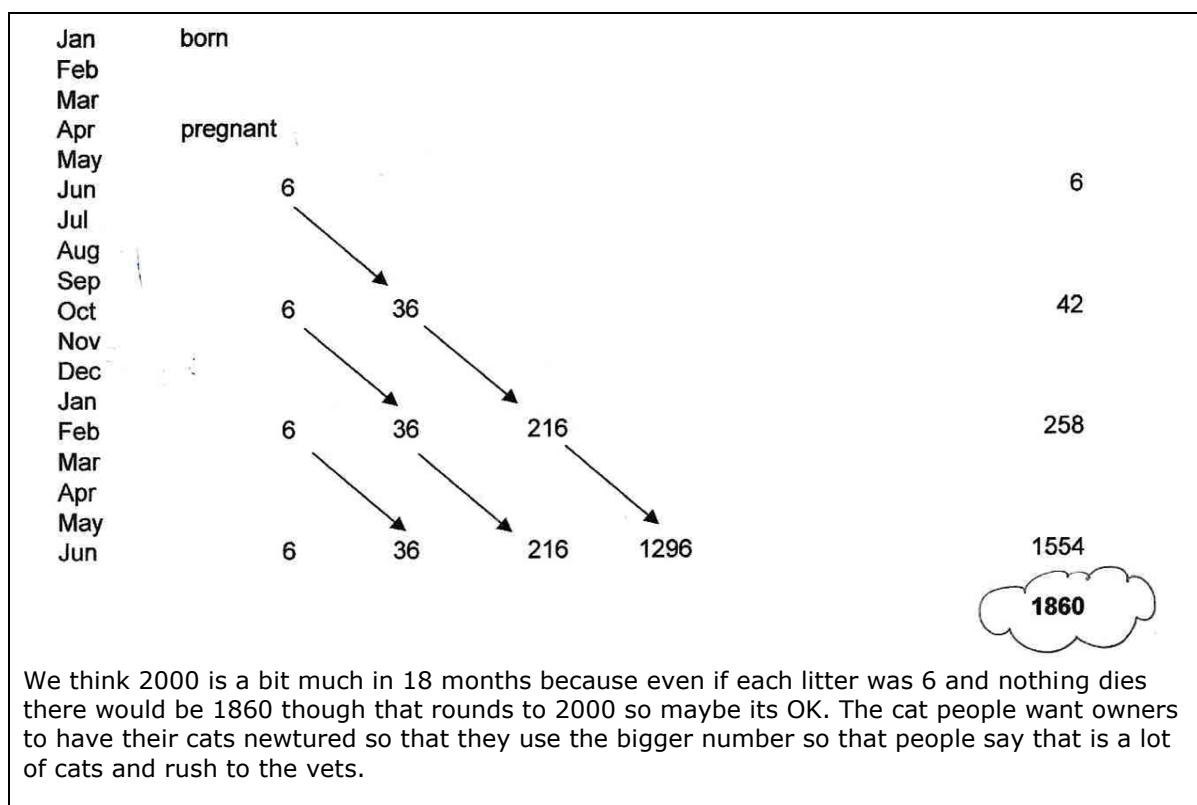
Her er noen faktaopplysninger:



Svareksempel: Alice**Svareksempel: Ben**

Svareksempel: Wayne**Svareksempel: Sally and Janet**

To elever samarbeidet om denne oppgaven.
De brukte et regneark.



UTDELINGSARK 5 FORBEDRE ELEVSVAR GJENNOM Å STILLE SPØRSMÅL**Telle trær****Svareksempel: Laura**

Laura forsøker å anslå antall gamle og nye trær ved å multiplisere antall langs hver side av hele diagrammet og deretter halvere. Hun gjør ikke rede for gap, og innser heller ikke at det er ulikt antall trær av hvert slag.

Hvilke spørsmål kunne du stille Laura som ville forbedre svaret?

Svareksempel: Jenny

Jenny innser at prøvetaking er nødvendig, men hun multipliserer antall unge trær og gamle trær i venstre kolonne med antall trær i den nederste raden. Hun ignorerer kolonnene uten trær i den nederste raden, så hennes metode undervurderer det totale antall trær. Hun tar imidlertid hensyn til de ulike mengder av gamle og nye trær.

Hvilke spørsmål kunne du stille Jenny som ville forbedre svaret?

Svareksempel: Woody

Woody bruker et utvalg av to kolonner og teller antall gamle og unge trær. Han multipliserer deretter med 25 (halvparten av 50 søyler) for å finne et estimat for det totale antallet.

Hvilke spørsmål kunne du stille Woody som ville forbedre svaret?

Svareksempel: Amber

Amber velger et representativt utvalg og gjennomfører et resonnement for å få et rimelig svar. Hun bruker riktig proporsjonal tankegang. Hun sjekker ved å telle hullene i trærne. Svaret hennes er tydelig og lett å følge.

Hvilke spørsmål kunne du stille Amber som ville forbedre svaret?

Overvåkingskamera

Svareksempel: Max

Max innser at F og H ikke kan sees, men mener feilaktig at E kan ikke sees. Han viser ikke noe om hvordan han har tenkt eller resonnert og resten er feil.

Hvilke spørsmål kunne du stille Max som ville forbedre svaret?

Svareksempel: Ellie

Ellie viser ikke noen siktlinjer for å rettferdiggjøre sine svar. Men hun har rett i at F og H ikke kan sees, og at 3 ruter ikke kan sees. Imidlertid kan hun tenke på hele ruter snarere enn områder. Hennes begrunnelse for 15 % er ufullstendig og dårlig forklart. Hun synes å ha noe forståelse for at 5 % er en tjuendedel og 10 % er en tiendedel.

Hvilke spørsmål kunne du stille Ellie som ville forbedre svaret?

Svareksempel: Simon

Simon sier riktig at F og H ikke kan sees, og at 3 ruter = 15 % av arealet ikke kan sees. Det er imidlertid mulig at han mener at 3 hele ruter er skjult fra kameraet. Han undersøker den beste plassen for kameraet, og viser at sentrum av en side er god men han undersøker ikke videre. Ingen beregninger er vist.

Hvilke spørsmål kunne du stille Simon som ville forbedre svaret?

Svareksempel: Rhianna

Rhianna viser riktig at F og H ikke kan sees, og at 3 ruter = 15% av arealet ikke kan sees. Hun undersøker den beste plassen for kameraet, og viser at midten av en side er god. Rhianna viser tydelig diagrammer med siktlinjer og beregninger som rettferdiggjør påstandene.

Hvilke spørsmål kunne du stille Rhianna som ville forbedre svaret?

Katter og kattunger

Svareksempel: Alice

Alice valgte å representere oppgaven ved hjelp av en tidslinje. Hun har bare vurdert antallet kattunger fra den opprinnelige katten. Beregningene hun har gjort er korrekte..

Hvilke spørsmål kunne du stille Alice som ville forbedre svaret?

Svareksempel: Ben

Ben har valgt å tegne et "katte-tre", og forsøker å holde styr på tiden (med noen feil). Kommunikasjonen er rimelig klar, slik at leseren å følge argumentet, men verdien av 9846 er ikke forklart og ikke følger den tankegangen, siden det bare er kattunger fra den opprinnelige katten som er tatt med. Antallet unger per kull er gjort eksplisitt.

Hvilke spørsmål kunne du stille Ben som ville forbedre svaret?

Svareksempel: Wayne

Woody synes å favorisere en minimalistisk tilnærming! Han begynner med det som ville være en tidkrevende billedlig fremstilling som han deretter forlater til fordel for en numerisk representasjon.

Hvilke spørsmål kunne du stille Wayne som ville forbedre svaret?

Svareksempel: Sally and Janet

Sally og Janet brukt et regneark til å kontrollere for både tid og multiplikasjon og deres metode er klar og effektiv.

Hvilke spørsmål kunne du stille Sally som ville forbedre svaret?

UTDELINGSARK 6 FORSLAG TIL SPØRSMÅL

Formulere spørsmål, velge hensiktsmessige representasjoner og hjelpemidler.	• Hvilke spørsmål kan du stille om denne situasjonen? • Hvordan kan du komme i gang med dette problemet? • Hvilke teknikker kan være nyttig her? • Hva slags diagram kan være nyttig? • Kan du finne en enkel notasjon for dette? • Hvordan kan du forenkle dette problemet? • Hva er kjent og hva er ukjent? • Hvilke forutsetninger kan du gjøre?
Resonnere logisk, konstruere hypoteser og argumenter, beregne nøyaktig	• Hvor har du sett noe som dette før? • Hva er fast her, og hva kan du endre? • Hva er likt, og hva er annerledes her? • Hva ville skje hvis jeg endret dette .. til dette ...? • Fører denne tilnærmingen noe sted? • Hva vil du gjøre når du får det svaret? • Dette er bare et spesialtilfelle av ... hva? • Kan du danne noen hypoteser? • Kan du tenke deg noen moteksempler? • Hvilke feil har du gjort? • Kan du foreslå en annen måte å gjøre dette? • Hvilke konklusjoner kan du trekke fra disse dataene? • Hvordan kan du sjekke denne beregningen uten å gjøre alt på nytt? • Hva er en fornuftig måte å registrere dette?
Tolke og evaluere resultater	• Hvordan kan du best representere dataene dine? • Er det bedre å bruke denne type diagram eller den? Hvorfor? • Hvilke mønstre kan du se i disse dataene? • Hvilke grunner kan det være for disse mønstrene? • Kan du gi meg et overbevisende argument for utsagnet? • Tror du at svaret er rimelig? Hvorfor? • Hvordan kan du være 100 % sikker på at det er sant? Overbevis meg! • Hva synes du om Annes argument? Hvorfor? • Hvilken metode kan være best å bruke her? Hvorfor?
Kommunisere og reflektere	• Hvilken metode brukte du? • Hvilke andre metoder har du vurdert? • Hvilke av dine metoder var den beste? Hvorfor? • Hvilken metode var den raskeste? • Hvor har du sett et problem som dette før? • Hvilke metoder brukte du sist? Ville de ha fungert her? • Hvilke nyttige strategier har du lært til neste gang?

AKTIVITET E: ANALYSE AV ELEVSVAR PÅ BEGREPSFOKUSERTE OPPGAVER

Minimum tid som trengs: 20 minutter

På **Utdelingsark 7** finner du fire matematiske emner og eksempler på elevarbeider innenfor hvert emne.

Be deltakerne om å vurdere hvert svar og prøve å identifisere tankegangen som ligger bak hvert av dem.

- Hva virker det som elevene forstår? På hvilket grunnlag kan du si det?
- Finn feilene og vanskelighetene som avsløres i hvert svar.
- Prøv å forstå tankegangen som ligger bak hver feil.
- Hvilken tilbakemelding ville du gi hver av elevene?

Det er to vanlige måter å respondere på elevenes feil og misoppfatninger:

(i) Prøv i størst mulig grad å unngå dem: «Hvis jeg advarer elevene om de vanligste misoppfatningene når jeg underviser, er det mindre sjanse for at de oppstår. Det er bedre å forebygge enn å reparere.»

(ii) Bruk dem som utgangspunkt for læring: «Jeg oppmuntrer elevene til å gjøre feil og lære av dem».

- Hva er ditt synspunkt?

Rutinemessig øving på standard problemer gjør lite for å hjelpe elevene å overvinne vanlige feil og misoppfatninger i matematikk. Dette er spesielt sant når lærerne prøver å unngå vanskeligheter som oppstår ved å begynne hver time med forklaringer og demonstrasjoner og følger dette opp med nøye beregnede spørsmål.

Utdelingsark 8 er en en-sides forskningsgjennomgang av Askew og Wiliam. Dette beskriver noen undersøkelser som ble gjennomført i Storbritannia i løpet av de siste 30 årene om hvordan man kan håndtere elevenes feil og misoppfatninger.

Hva føler lærerne om de dilemmaene som presenteres i denne artikkelen?

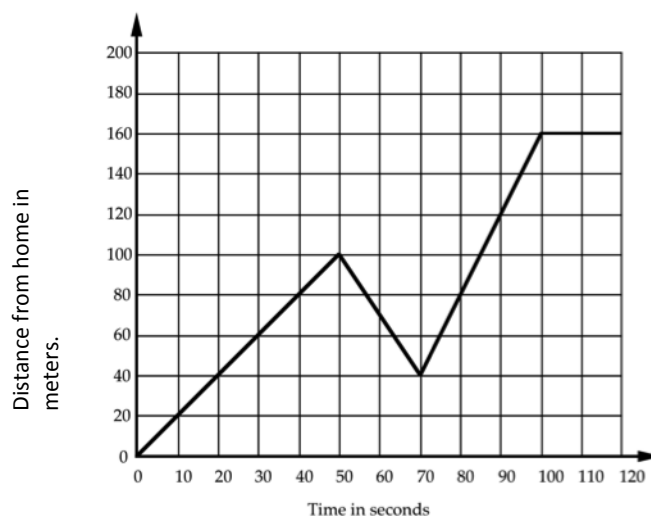
- Er det mulig å presentere eksempler hvor reglene ikke fungerer?
- Deler lærere oppfatningen om at det er kontraproduktivt å undervise enklere eksempler før mer komplekse eksempler?

UTDELINGSARK 7 BEGREPSOPPGAVER OG SVAREKSEMPLER

Tolke en graf med avstand og tid

Hver morgen går Jane langs ei rett gate fra hjemmet til busstoppet, en avstand på 160 meter. Grafen viser turen en av dagene.

1. Beskriv hva som hendte. Ta med detaljer, som f eks hvor fort hun gikk.



Jodies svar

Jane walked along a road for 100 metres instead of walking another 30 metres she took a short cut down an alleyway which took her 20 minutes. She walked very quickly then. She caught the bus to her college which took about 50 minutes.

Maxines svar

when she get out she starts walking fast to the bus stop then she slows down. Then she picks up the speed again and then the speed goes ~~constant~~ constant.

Prosentvis endring

1. Maria ser en kjole på salg. Kjolen koster vanligvis \$56.99.
Plakaten sier at det er 45 % avslag.
Hun vil bruke kalkulatoren for å finne ut hva kjolen vil koste.
Den har ikke prosentknapp.

Hvilke knapper må hun trykke på kalkulatoren?
Skriv ned knappene i rett rekkefølge.
(Du trenger ikke å utføre utregningen.)



2. På et salg var alle prisene i butikken satt ned med 20 % .
Etter salget ble alle satt opp med 25 % .
Hva ble sluttresultatet for prisene. Forklar!

Georges svar

① $56.99 - 0.45$
② Prices went up 5%
I know this because $25\% - 20\% = 5\%$.

Jurgens svar

1. $56.99 \div 100 \times 45 =$
 ~~$56.99 - \text{Ans} =$~~
 $56.99 - 56.99 \div 100 \times 45 =$
2. $\$56.99 = 100\%$
 $1\% = 56.99 \div 100 = 0.5699$
 $20\% = 0.5699 \times 20 = 11.398$
 $25\% = 0.5699 \times 25 = 14.2475$
Difference = 2.8495
\$2.85

Forstørrelse

Emilys svar

Photograph



16 cm

10 cm

Poster



25 cm

A photograph is enlarged to make a poster.
 The photograph is 10 cm wide and 16 cm high.
 The poster is 25 cm wide.
 How high is the poster?

..... $16 + 15 = 31$

.....

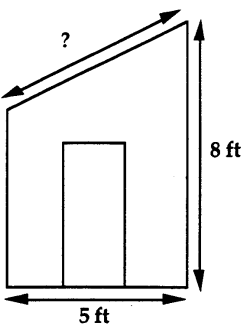
The building is 30 cm tall on the poster.
 How tall is it on the photograph?

..... $30 - 15 = 15$

Pauls svar

4. Simon is drawing a scale diagram of his garden shed.
 8 centimetres on his drawing represents 5 feet in real life.

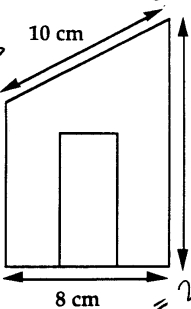
Real shed



5 ft

8 ft

Simon's drawing



8 cm

10 cm

$8 = 5$
 $4 = 2.5$
 $2 = 1.25$
 $5 = 2.5$
 $2.5 = 1.25$

$5 = 2.5$
 $2.5 = 1.25$
 $4 \text{ cen} = 2 \text{ cen}$

(a) What is the height of the shed on Simon's drawing?

..... $1.25 + 1.25 + 1.25 + 1.25 = 5$

.....

(b) What is the length of the roof on the real shed?

.....

.....

Tolkning av algebra

Britney svar

1. A cake costs c cents. A sandwich costs s cents.

I buy 3 cakes and 4 sandwiches.

What does $3c + 4s$ stand for?

..... 3 cakes and 4 sandwiches

2. There are ten times as many students as there are teachers in the college.

If s = the number of students in the college

t = the number of teachers in the college

Write down an equation connecting s and t .

..... $t = 10s$

3. There are four times as many men as there are women on a course.

If x = the number of men on the course

y = the number of women on the course

Write down an equation connecting x and y .

..... $y = 4x$

4. Write these expressions more simply, where you can:

a) $a + a + a$ a^3 ~~$3a$~~

b) $a \times a \times a$ a^3 ~~a^3~~ ~~a^3~~

c) $a + a + b$ $a^2 + b$

d) $a \times a \times b$ $a^2 \times b$

e) $a + a \times b$ $a^2 \times b$

f) $a + a + b + a + b$ $a^3 + b^2$

g) $3a \times 4b$ $12ab$

h) $3a + 4b$ $7ab$

If it is impossible to write the expression more simply, write NO

UTDELINGSARK 8 MISOPPFATNINGER OG FEIL: RESULTATER FRA FORSKNING

Learning is more effective when common misconceptions are addressed, exposed and discussed in teaching

We have to accept that pupils will make some generalisations that are not correct and many of these misconceptions remain hidden unless the teacher makes specific efforts to uncover them.

One of the most important findings of mathematics education research has been that all pupils constantly 'invent' rules to explain the patterns that they see around them. For example, it is well known that many pupils quite quickly acquire the 'rule' that to multiply by ten one adds a zero. Pupils then often 'over-generalise' their rules to situations that do not work. In the case of multiplication by ten, they apply it to decimals (eg $2.3 \times 10 = 2.30$). Similarly, pupils may decide that multiplication always makes bigger, division smaller and then choose erroneously to multiply or divide according to their perception of whether the numbers need to get bigger or smaller.

However, overcoming these kinds of misconceptions presents the teacher with a dilemma. When teaching multiplying whole numbers by ten, in order to present pupils with examples where adding a zero does not work, it would be necessary to stray far from the original topic, and it may involve mathematical ideas that are, for the time being, beyond the pupils' capacity to understand.

A similar difficulty arises when teaching new procedures, where the most common approach is to apply the procedure first to simple examples and later to more complex examples. This can be counter-productive, since pupils often solve simple examples intuitively without knowing how they have solved them, and such methods cannot be used with more complex examples. So, for example, when teaching pupils about methods for solving equations it may be better to start with examples that cannot be solved by intuitive methods such as just 'spotting' the solution or 'trial and error'.

The model of simple through to more complex examples can also lay the foundations of misconceptions. For example, teaching subtraction of tens and units and beginning with examples where no decomposition or carrying is required may reinforce the idea that you always take the smaller digit away from the larger, leading to later errors like $43 - 28 = 25$.

It seems that to teach in a way that avoids pupils creating any misconceptions (sometimes called 'faultless communication') is not possible, and that we may have to accept that pupils will make some generalizations that are not correct and that many of these misconceptions will remain hidden unless the teacher makes specific efforts to uncover them. A style of teaching that constantly exposes and discusses misconceptions is needed, thus limiting the extent of misconceptions. This may be possible, as much research over the last twenty years has shown that the vast majority of pupil misconceptions are quite widely shared.

In the diagnostic Teaching Project, conducted at Nottingham University's Shell Centre for Mathematical Education, teaching packages were designed to elicit and address pupils' misconceptions during lessons. Two important features emerged. The first was that addressing misconceptions during teaching does actually improve achievement and long-term retention of mathematical skills and concepts. Drawing attention to a misconception before giving the examples was less effective than letting students fall into the 'trap' and then having the discussion.

The other major finding was that the intensity and degree of engagement with the task that pupils showed in group discussions were much more important influences on their learning than the amount of time spent on the task. Although the intensive discussions meant spending much longer on small (though important) points, there was a much higher level of long term retention overall than with classes that covered more ground superficially, but in the same time.

Askew, M; Wiliam, D. (1995) Recent Research in Mathematics Education 5-16, Office for Standards in Education, HMSO, London.

AKTIVITET F: OBSERVERE FORMATIV VURDERING I PRAKSIS

Tid som trengs: 15 minutter.

I denne aktiviteten skal du se på videoutdrag av Andrew, Dominic og Amy som utforsker hvordan formativ vurdering kan brukes til å fremme elevenes læring. De bruker de tre oppgavene fra Aktivitet D.

I en tidligere leksjon hadde disse lærerne bedt studentene om å sitte på forskjellige steder og prøve en av oppgavene individuelt, uten hjelp. Deretter samlet de inn elevenes svar, vurderte arbeidet kvalitativt og utarbeidet skriftlig tilbakemelding i form av spørsmål. De filmklipp du er i ferd med å se er hentet fra oppfølgingstimen. Elevene har vendt tilbake til sine vanlige plasser, og de fleste har løsninger som er forskjellig fra de partnerne har.

Se på videoen og ta stilling til:

- Hvilke ulike typer vurdering kan du se?
- Hva er hensikten med hver type vurdering?
- Hva lærer både lærere og elever?



I videoen får du se:

- Andrew utforske hvordan elevene reagerer på tilbakemeldingene hans på "telle trær"-oppgaven;
- Amy lytte til, og så spørre enkeltelever mens de prøver å dele sine ideer og produsere felles løsninger til "overvåkningskamera"-oppgaven;
- Dominic lytte til presentasjoner fra elevene på deres metoder og begrunnelser for "katter og kattunger" oppgaven;
- Amy avslutte sin time med å be elevene om å beskrive hvordan de har brukt hennes tilbakemelding til å forbedre arbeidet sitt.

AKTIVITET G: PLANLEGGE OG RAPPORTERE FRA EN VURDERINGSØKT

Minimum tid som trengs:

- 30 minutter før leksjonen**
- 20 minutter til for-vurdering**
- 30 minutter til å forberede feedback**
- 60 minutter til leksjonen**
- 15 minutter til rapportering**

Planlegge timen

Planlegg din egen leksjon med en av oppgavene

- Planlegg en tid for elevene å takle problemet på egen hånd uten hjelp.
- Planlegg hvordan du vil vurdere dette arbeidet, gi tilbakemeldinger og gjennomføre en oppfølgingsøkt.
- Samle prøver av elevenes arbeid for å vise hvordan deres tenkning har endret seg. Disse vil bli diskutert på oppfølgingssesjon.

For å hjelpe deg å planlegge, kan du nå ha utbytte av å se en 10 minutters video som viser Andrew underviser Telle trær problemet fra Aktivitet D. Han følger leksjonsplanen på Utdelingsark 9. (Ikke oversatt til norsk)



Andrews leksjon

Skjelettet for planleggingsdokumentet på Utdelingsark 9 er som følger:

- Gi problemet før timen og be elevene forsøke det. (20 minutter)
- Samle inn arbeidet og forberede noen konstruktiv, kvalitative tilbakemeldinger.
- I oppfølgingsøkta, gjeninnføre problemet for klassen. (5 minutter)
- Elevene jobber alene, svarer på tilbakemeldinger med Mini whiteboards. (5 minutter)
- Elevene jobber i par med å forbedre sine løsninger. (10 minutter)
- Elevene deler sine tilnærminger med klassen. (15 minutter)
- Elevene fortsetter med oppgaven eller utvider oppgaven. (20 minutter)

Utdelingsark 9: Plan for en økt med formativ vurdering

9 A formative assessment lesson plan

The following suggestions describe one possible approach to formative assessment. Pupils are given a chance to tackle a problem on their own. This gives you a chance to observe their thinking and to identify pupils that need help. This is followed by formative lessons in which they collaborate, reflect on their work and try to improve it.

Before the lesson 20 minutes

Before the lesson, perhaps at the end of a previous lesson, ask pupils to attempt one of the assessment tasks. Counting Trees, Cats and Kittens or Security Cameras on their own. Pupils may need calculators, pencils, rulers, and squared paper.

The aim is to see how well you are to tackle a problem without my help.

- You will not be told which bit of pupils is not.
- There are many ways to tackle the problem - you choose.
- There may be more than one 'right answer'.

Don't worry if you cannot understand or do everything because I am planning to teach a lesson on this later in the next few days.

Make sure that pupils are familiar with the content of the problem.

Counting Trees

What question have you a tree plantation? How is a plantation different from a natural forest? The plantation consists of old and new trees. How might the emergence of trees in a plantation differ from that of a natural forest?

Cats and Kittens

This is a puzzle. Think by a cat? Clearly, encouraging people to have their cats spayed so they don't have kittens. The activity is about what happens if you don't have your cat spayed and whether the statement on the poster is correct. It is possible that one female cat would produce 2000 descendants in 10 months! You are given some facts about cats and kittens that will help you decide.

Security Cameras

What are you given a security camera in a shop or a bank? What did it look like? Some may not look the camera or at all. Ask rather the small businesses. They may be there, but many haven't. The camera in this problem can see right round through 360°. The drawing shows a plan view of a shop.

The camera can see better than in the shop from above. The blue circles represent people standing in the shop.

Remember to show your working so I can understand what you are doing and why.

Collect in their work and provide constructive, qualitative feedback on it. This should focus on getting pupils to think and reason - a Key Process agenda. Don't give grades, scores or levels! Write any questions below their work. Focus feedback on each lesson in.

Rapportering fra timen

Reflektere sammen med kolleger etter undervisningen

- La det gå på rundgang å dele erfaringer med vurderingsstrategiene som ble fulgt
- Hvordan samlet du inn og vurderte prov på elevenes arbeid?
 - Hva lærte du av dette?
 - Hva lærte elevene av oppfølgingstimen?
 - Hvilke konsekvenser får dette for deg og din undervisning i matematikk mer generelt?

AKTIVITET H: OM HVORDAN TILBAKEMELDINGER INNVIRKER PÅ ELVENES LÆRING

Tid som trengs: 20 minutter.

Så langt har vi fokusert på lærernes rolle i å gi tilbakemelding til elevene. I denne aktiviteten vil vi vurdere bruken elevene gjør av ulike typer tilbakemeldinger og virkningen dette har på læring.

Se video av Andrews elever som diskuterer betydningen av tilbakemelding på egen læring.

- Hvilke av deres kommentarer slår deg som spesielt observant og viktig?
- Hva er følgene av deres kommentarer?



Utdelingsark 10 presenterer noen resultater fra forskning fra Black og Wiliam (1998) om hvilket utbytte elever har av ulike typer tilbakemeldinger. Spesielt sammenligner de effekten av tilbakemelding i form av karakterer, poenger og rangeringer med effekten av å tilby kvalitativ informasjon i form av konkrete, innhold-fokuserte tilbakemeldinger.

Sammenlikn elevenes kommentarer med forskningsresultatene sitert sier på **Utdelingsark 10**.

Farene ved å gi karakterer, poenger, belønninger og rangeringer

- Hva er følgene av dette for din praksis?
- Hva ville skje hvis du sluttet å gi karakterer eller poenger på elevenes arbeid?
- Hvorfor yter så mange lærere motstand mot å gjøre denne endringen?

Fordelene med å gi klar, spesifikk, innholdsfokusert tilbakemelding

- Hva er implikasjonene av dette for din praksis?
- Må denne typen tilbakemeldinger nødvendigvis ta mye lenger tid å gi?

Forskning viser at elever får størst utbytte av tilbakemeldinger som:

- Fokuserer på oppgaven, ikke på karakterer eller poengsummer.
- Er detaljert snarere enn generell.
- Forklarer hvorfor noe er rett eller galt.
- Er knyttet til mål
- Gjør klart hva som er oppnådd og hva som ikke er det
- Foreslår hva eleven kan gjøre neste gang
- Tilbyr konkrete strategier for forbedring

Avslutt denne modulen ved å diskutere noen måter å anvende det du har lært i modulen.

- Hvordan kan du involvere elevene i å forbedre din vurderingspraksis?

UTDELINGSARK 10 EFFEKTEN AV TILBAKEMELDING PÅ ELEVENES LÆRING

Les følgende to utdrag fra Black og Wiliam (1998) og svar på spørsmålene som følger:

Farene ved karakterer, poenger, belønninger og rangeringer

“Where the classroom culture focuses on rewards, ‘gold stars’, grades or place-in-the-class ranking, then pupils look for the ways to obtain the best marks rather than at the needs of their learning which these marks ought to reflect. One reported consequence is that where they have any choice, pupils avoid difficult tasks. They also spend time and energy looking for clues to the ‘right answer’. Many are reluctant to ask questions out of fear of failure. Pupils who encounter difficulties and poor results are led to believe that they lack ability, and this belief leads them to attribute their difficulties to a defect in themselves about which they cannot do a great deal. So they ‘retire hurt’, avoid investing effort in learning which could only lead to disappointment, and try to build up their self-esteem in other ways. Whilst the high-achievers can do well in such a culture, the overall result is to enhance the frequency and the extent of under-achievement.”

- What are the implications of this for your practice?
- What would happen if you stopped giving marks or levels on pupils’ work?
- Why are so many teachers resistant to making this change?

Fordelene med å gi klar, spesifikk, innholdsfokusert tilbakemelding

“What is needed is a culture of success, backed by a belief that all can achieve. Formative assessment can be a powerful weapon here if it is communicated in the right way. Whilst it can help all pupils, it gives particularly good results with low achievers where it concentrates on specific problems with their work, and gives them both a clear understanding of what is wrong and achievable targets for putting it right. Pupils can accept and work with such messages, provided that they are not clouded by overtones about ability, competition and comparison with others. In summary, the message can be stated as follows:

Feedback to any pupil should be about the particular qualities of his or her work, with advice on what he or she can do to improve, and should avoid comparisons with other pupils.”

- What are the implications of this for your practice?
- Does this kind of feedback necessarily take much longer to give?

Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the black box : raising standards through classroom assessment. London: King's College London School of Education 1998.